»Mladi za napredek Maribora 2013«

30. srečanje

ISKANJE RAVNOVESJA MED NASPROTUJOČIMI SI INTERESI POSAMEZNIKA IN DRUŽBE PREKO MODELA PRINCIPALA IN AGENTA

Raziskovalno področje: MATEMATIKA

Raziskovalna naloga

Avtor: LARA HOĻ URĠĻ AK

Mentor: RENATA HVALA, DRAGO BOKAL

Ġola: PRVA GIMNAZIJA MARIBOR

Maribor, januar 2013

»Mladi za napredek Maribora 2013«

30. srečanje

ISKANJE RAVNOVESJA MED NASPROTUJOČIMI SI INTERESI POSAMEZNIKA IN DRUŽBE PREKO MODELA PRINCIPALA IN AGENTA

Raziskovalno področje: MATEMATIKA

Raziskovalna naloga

PROSTOR ZA NALEPKO

Maribor, januar 2013

KAZALO

POVZETEK

V sodobnem času se velikokrat srečujemo z vprašanjem, kaj je najbolj racionalno za posameznika in kaj za družbo. Vsak posameznik skuša zase doseči čim večjo blaginjo, kar pa je delno v konfliktu s skupnimi interesi družbe. V matematičnem modelu principala in agenta posameznik predstavlja agenta, delavca; principala pa predstavlja družba oziroma država, ki od delavca zahteva plačilo dohodnine. Principal želi maksimizirati svoj dobiček na račun zmanjševanja plač delavcem, kjer bo za enako količino opravljenega dela imel kar se da malo stroškov. Nasprotno pa želijo delavci čim večje plače za enako količino opravljenega dela, kar pa principalu zmanjšuje dobiček. V svoji raziskovalni nalogi sem najprej predstavila v literaturi obravnavani model principala in agenta, ker je agent lahko iz dveh razredov učinkovitosti. Na podlagi tega modela razvijemo model s poljubno končno mnogo razredov učinkovitosti. Enačbe tega modela uporabimo za analizo slovenske dohodninske lestvice.

UVOD

O matematiki velikokrat mislimo kot o povsem teoretični znanosti, ki s prakso nima direktne povezave. Teoretično jo morda razumemo, a praktične vrednosti v njej ne vidimo. Resnica je pravzaprav drugačna; matematika je, poleg tega da je orodje mnogim drugim znanostim, tudi sama zase praktično izjemno uporabna. Primer praktične uporabe matematike je model principala in agenta, ki opisuje odnose med tema nasprotujočima si stranema. Na eni strani imamo agente, ki želijo sebi najbolje; z enakimi željami zase pa jim nasprotuje principal, kar vodi do konflikta. Model obravnava, kolikšna je najmanjša potrebna spodbuda s strani principala, da bo agent realiziral svojo učinkovitost in delal v skladu s svojimi sposobnostmi. Ta model pa se da aplicirati na marsikatero težavo v sodobni družbi: od nasprotja med posameznikom in družbo v smislu žrtvovanja lastnih želja za skupno dobro, do problema motivacije itd.

1. OSNOVNI MODEL PRINCIPALA IN AGENTA

Razlago osnovnega modela principala in agenta sem povzela po knjigi *The Theory of Incentives*, vendar sem zaradi nadaljnjega dela že tukaj uvajala nekaj sprememb, npr. indeksiranje tipov agentov.

1. 1 Opis modela

Imamo principala *P*, ki agentu *A* naroči proizvodnjo *q* enot določene dobrine. Vrednost proizvodnje teh *q* enot za principala *S(q)* je pozitivna in narašča s številom odkupljenih enot.

Agenti, ki jih principal najame za proizvodnjo dobrin, so lahko učinkoviti (X_1) ali neučinkoviti (X_2). Verjetnost, da je agent učinkovit, je enaka υ, da je neučinkovit, pa $1-\upsilon$. Navedeno predstavimo s plačilno funkcijo:

$$d\,(q, X_1) = X_1 q + F \text{ z verjetnostjo } \upsilon$$

$$d\,(q, X_2) = X_2 q + F \text{ z verjetnostjo } 1-\upsilon,$$

pri čemer je *F* agentov fiksni strošek (npr. mesečna plača).

V modelu, kjer principal najame agenta za opravljanje dela, večinoma najem poteka po naslednjem vrstnem redu. V začetni fazi agent odkrije, če je učinkovit (tipa X_1) ali neučinkovit (tipa X_2). Če je agent tipa X_2, se v igri ne more pretvarjati za agenta tipa X_1, saj mu dela ne bo uspelo opraviti. Nasprotno pa se agent tipa X_1 lahko odloči, če se bo izdajal za agenta svojega ali drugega tipa, odvisno od tega, kar se mu splača. V naslednji fazi principal agentu ponudi pogodbo. V igri s popolno informacijo je principal v tej fazi seznanjen s tipom agenta; pri igrah z nepopolno informacijo pa agent sestavi pogodbo, ne da bi poznal tip agenta, zato pričakujemo manjšo efektivnost. Agent se nato lahko odloči, če bo pogodbo sprejel ali zavrnil, odvisno od motivacije za delo. V primeru, da se agent odloči sprejeti pogodbo, sledi izvršitev pogodbe oziroma proizvodnja dobrine.

1. 2 Optimizacijski program principala

Pri popolni informaciji je raven koristnosti, ki ga agentu nudi opravljeno delo in bi lahko vplivalo na njegovo odločitev, če bo pogodbo sprejel, enaka nič. Za raven koristnosti U_1 in U_2 obeh tipov agentov velja:

$$U_1 = t_1 - X_1 q_1 = 0$$

$$U_2 = t_2 - X_2 q_2 = 0,$$

pri čemer je t_1 plačilo, ki ga principal ponudi agentu tipa X_1; t_2 pa plačilo, ki ga principal ponudi agentu tipa X_2.

Pri nepopolni informaciji pa to ne drži več; vsaj v primeru, če principal želi, da bi oba tipa agentov opravljala delo. Ker pa mora principal pogodbi ponuditi preden izve, katerega tipa je agent, naleti na problem, ki ga zapišemo kot:

$$\max_{\{(q_1,t_1),(q_2,t_2)\}} \upsilon\,(S(q_1) - t_1) + (1-\upsilon)(S(q_2) - t_2).$$

Če upoštevamo zgoraj zapisano definicijo za raven koristnosti obeh tipov agentov $U_1 = t_1 - X_1 q_1$ in $U_2 = t_2 - X_2 q_2$, lahko pogodbi predstavimo tudi kot $\{(q_1, U_1), (q_2, U_2)\}$. Z zamenjavo spremenljivk lahko zapišemo principalovo kriterijsko funkcijo kot

$$\upsilon\,(S(q_1) - X_1 q_1) + (1-\upsilon)(S(q_2) - X_2 q_2) - (\upsilon\,U_1 + (1-\upsilon)U_2),$$

kjer je $(\upsilon\,U_1 + (1-\upsilon)U_2)$ principalov pričakovan strošek.

Principal želi z najemom agenta čim več pridobiti, zato teži k zmanjšanju svojega stroška oziroma maksimiranju celotne funkcije.

1. 3 Optimalna pogodba pri popolni informaciji

Predpostavimo, da je informacija med principalom in agentom simetrična, torej popolna. Principal ve za agentov tip še preden sestavi pogodbo, zato jo sestavi tako, da agent opravlja toliko dela, kot je sposoben. Učinkovit nivo proizvodnje dobimo z enačenjem vrednosti proizvodnje za principala in spremembo v skupnem strošku pri proizvodnji, ki bremeni agenta. Če želimo, da bo dodelitev dela uspešna, mora raven koristnosti biti vsaj enaka, kot bi bila izven agentovega razmerja s principalom, sicer agent ne bo želel sodelovati. To zapišemo kot:

$$t_1 - X_1 q_1 \geq 0$$

$$t_2 - X_2 q_2 \geq 0.$$

Če principal ponudi agentu tipa X_1 za opravljeno delo q_1 plačilo t_1, kjer velja $t_1 = X_1\, q_1$, oziroma agentu tipa X_2 za opravljeno delo q_2 plačilo t_2, kjer velja $t_2 = X_2\, q_2$, agent ne bo imel nobenega zaslužka in principal ne nobenega stroška. To pomeni, da je rezultat enak, kot če bi principal delo opravljal sam.

Optimalna pogodba pri popolni informaciji je torej (q_1, t_1) za tip X_1 oziroma (q_2, t_2) za tip X_2.

1. 4 Optimalna pogodba pri nepopolni informaciji

Predvidevajmo, da je tip agenta zasebna informacija, do katere principal nima dostopa. Zato mu ponudi pogodbi $\{(q_1, t_1), (q_2, t_2)\}$ in upa, da bo agent X_1 izbral pogodbo (q_1, t_1), agent X_2 pa (q_2, t_2).

Pogodbi $\{(q_1, t_1), (q_2, t_2)\}$ naj bosta zastavljeni tako, da bo agent X_1 raje izbral pogodbo (q_1, t_1) kot (q_2, t_2) oziroma da bo agent X_2 raje izbral pogodbo (q_2, t_2) kot (q_1, t_1). Da bi to dosegel, mora principal ponuditi dovolj dobro motivacijo (npr. višje plačilo), zaradi česar se bi sposobni agent X_1 raje odločil, da se pri delu potrudi.

Pri tem pa morata veljati neenakosti:

$$t_1 - X_1 q_1 \geq \; t_2 - X_1 q_2$$

$$t_2 - X_2 q_2 \geq \; t_1 - X_2 q_1.$$

Da pa agent sploh sprejme pogodbo, mora $\{(q_1, t_1), (q_2, t_2)\}$ ustrezati naslednjima pogojema:

$$t_1 - X_1 q_1 \geq 0$$

$$t_2 - X_2 q_2 \geq 0.$$

Pogodbi $\{(q_1, t_1), (q_2, t_2)\}$ morata tako ustrezati vsem zgoraj navedenim neenakostim, da sta usklajeni s spodbudami.

2. POSPLOŠITEV MODELA PRINCIPALA IN AGENTA

V prejšnjem poglavju smo razložili model principala in agenta na dveh tipih agentov – učinkovitih in neučinkovitih; v tem poglavju pa želimo osnovni model posplošiti na *k* tipov agentov. Posplošitev sem izvedla sama, brez dodatne literature.

2. 1 Prenos modela z 2 na *k*

Spet imamo principala *P*, ki agentu *A* naroči proizvodnjo *q* enot določene dobrine, kjer je vrednost proizvodnje *S(q)* pozitivna. Najeti agenti po sposobnostih sodijo v različne učinkovitostne razrede; število teh razredov je *k*. Vzemimo, da si ti razredi sledijo X_1, X_2, X_3, … , X_k, kjer je X_1 najbolj, X_k pa najmanj učinkovit razred agentov.

Verjetnost, da agent sodi v razred X_1, je enaka υ_1; da sodi v razred X_2, je verjetnost υ_2 … Vsota verjetnosti je zagotovo 1, kar lahko zapišemo:

$$\upsilon_1 + \upsilon_2 + \upsilon_3 \ldots + \upsilon_k = 1.$$

Plačilne funkcije agentov so torej:

$$d\ (q, X_1) = X_1 q + F \text{ z verjetnostjo } \upsilon_1$$

$$d\ (q, X_2) = X_2 q + F \text{ z verjetnostjo } \upsilon_2$$

...

$$d\ (q, X_k) = X_k q + F \text{ z verjetnostjo } \upsilon_k,$$

pri čemer je *F* agentov fiksni strošek (npr. mesečna plača).

V modelu, kjer principal najame agenta za opravljanje dela, večinoma najem poteka po naslednjem vrstnem redu. V začetni fazi agent odkrije, v kateri učinkovitostni razred sodi (X_1 ali X_2 ali … ali X_k). Če je X_k najmanj učinkovit tip agenta, to pomeni, da se vsi agenti, če jim to v dani situaciji koristi, lahko pretvarjajo, da so najmanj učinkoviti. Za agenta tipa X_{k-1} se lahko izdajajo vsi agenti razen agenta tipa X_k; agent namreč ne bi mogel opraviti več dela kot je sposoben. Pri vsakem naslednjem tipu je tako vse manj razredov agentov, ki se lahko pretvarjajo, da sodijo v nižji razred. Za agenta tipa X_1 pa se noben agent ne more pretvarjati; kvečjemu lahko agent tipa X_1 pokaže, da je sposoben opraviti to delo, torej temu učinkovitostnemu razredu pripada le en tip agenta. V naslednji fazi principal agentu ponudi pogodbo. V igri s popolno informacijo je principal v tej fazi seznanjen s tipom agenta; pri igrah z nepopolno informacijo pa agent sestavi predloge pogodb, brez da bi poznal tip agenta, zato pričakujemo manjši izkupiček za principala. Agent se nato lahko odloči, če bo pogodbo sprejel ali zavrnil, odvisno od motivacije za delo. V primeru, da se agent odloči sprejeti pogodbo, sledi izvršitev pogodbe oziroma proizvodnja dobrine.

2. 2 Optimizacijski program principala

Raven koristnosti je pri popolni informaciji še zmeraj enaka nič. Principal pri popolni informaciji ve, kakšnega tipa je agent, zato glede na njegov tip od njega pričakuje različno veliko enot proizvedene dobrine – agentu X_1 naroči proizvodnjo q_1 enot dobrine, agentu X_2 q_2 enot dobrine …

Za raven koristnosti agentov različnih tipov (U_1, U_2, … , U_k) velja:

$$U_1 = t_1 - X_1 q_1 = 0$$

$$U_2 = t_2 - X_2 q_2 = 0$$

…

$$U_k = t_k - X_k q_k = 0,$$

pri čemer je t_1 plačilo, ki ga principal ponudi agentu tipa X_1; t_2 plačilo, ki ga principal ponudi agentu tipa X_2 …

Pri nepopolni informaciji pa to ne drži več; vsaj v primeru, če principal želi, da bi vsi tipi agentov opravljali delo. Ker pa mora principal pogodbe za vsak učinkovitostni razred posebej ponuditi preden izve, katerega tipa je agent, naleti na problem, ki ga zapišemo kot:

$$\max_{\{(q_1,t_1),(q_2,t_2),\dots,(q_k,t_k)\}} \upsilon_1(S(q_1) - t_1) + \upsilon_2(S(q_2) - t_2) + \dots + \upsilon_k(S(q_2) - t_2).$$

Če upoštevamo zgoraj zapisano definicijo za raven koristnosti posameznih tipov, lahko predloge pogodb predstavimo tudi kot $\{(q_1, U_1), (q_2, U_2), \dots, (q_k, U_k)\}$. Z zamenjavo spremenljivk lahko zapišemo principalovo kriterijsko funkcijo kot

$$\upsilon_1(S(q_1) - X_1 q_1) + \upsilon_2(S(q_2) - X_2 q_2) + \dots + \upsilon_k(S(q_k) - X_k q_k) -$$
$$(\upsilon_1 U_1 + \upsilon_2 U_2 + \dots + \upsilon_k U_k),$$

kjer je $(\upsilon_1 U_1 + \upsilon_2 U_2 + \dots + \upsilon_k U_k)$ principalov pričakovan strošek.

2. 3 Optimalna pogodba pri popolni informaciji

Predpostavimo, da principal razpolaga z vsemi podatki – za vsakega agenta ve, kakšnega tipa je, še preden sestavi pogodbo. Pri popolni informaciji ni praktično nobenih razlik med 2 in k agenti; le da tukaj imamo več agentov, katerih tipe principal pozna. Da se bo vsak tip agenta odločil sprejeti pogodbo, ki jo je glede na njegov tip sestavil principal, mora veljati:

$$t_1 - X_1 q_1 \geq 0$$

$$t_2 - X_2 q_2 \geq 0$$

$$\ldots$$

$$t_k - X_k q_k \geq 0.$$

V primeru enakosti zgoraj zapisanih izrazov, oziroma ko za tip X_1 velja $t_1 = X_1 q_1$ in tako naprej, agent nima nobenega zaslužka; njegov prihodek je namreč enak njegovemu strošku.

Optimalna pogodba pri popolni informaciji je torej (q_1, t_1) za tip X_1, (q_2, t_2) za tip $X_2, \ldots,$ (q_k, t_k) za tip X_k.

2. 4 Optimalna pogodba pri nepopolni informaciji

Pri nepopolni informaciji pa pride do večjih razlik.

Predvidevajmo, da je tip agenta zasebna informacija, do katere principal nima dostopa. Zato principal vsakemu agentu ponudi množico pogodb $\{(q_1, t_1), (q_2, t_2), \ldots, (q_k, t_k)\}$ in upa, da bo agent X_1 izbral pogodbo (q_1, t_1), agent X_2 pogodbo (q_2, t_2), itn., saj bi to za principala bilo najbolj ugodno.

Pogodbe $\{(q_1, t_1), (q_2, t_2), \ldots, (q_k, t_k)\}$ naj bodo zastavljene tako, da bo agent najbolj učinkovitega tipa X_1 raje izbral pogodbo (q_1, t_1) kot katerokoli drugo; tip agenta X_2 raje izbral (q_2, t_2) kot katerokoli drugo itn. Da najbolj učinkovit tip agenta X_1 motiviramo, da sprejme pogodbo (q_1, t_1), ki mu za največjo količino proizvedenega dela (v primerjavi z ostalimi tipi) omogoča največji zaslužek, mora biti motivacija (npr. višje plačilo) toliko višja, da se bo najbolj sposoben tip X_1 odločil, da se pri delu potrudi. Podobno velja tudi pri ostalih agentih, le pri najmanj sposobnem agentu tipa X_k sta le dve možnosti – agent lahko sprejme pogodbo

(q_k, t_k) ali pa ne sprejme sploh nobene pogodbe. Zato mora principal ponuditi določeno motivacijo tudi za najmanj učinkovit razred delavcev, da se ti sploh odločijo delo opravljati.

Pri tem pa mora veljati:

Za tip X_1: $t_1 - X_1 q_1 \geq t_2 - X_1 q_2 \geq t_3 - X_1 q_3 \geq \ldots \geq t_k - X_1 q_k \geq 0$

Za tip X_2: $t_2 - X_2 q_2 \geq t_3 - X_2 q_3 \geq t_4 - X_2 q_4 \geq \ldots \geq t_k - X_2 q_k \geq 0$

…

Za tip X_k: $t_k - X_k q_k \geq 0$.

Le tako lahko principal pričakuje, da bo vsak tip agenta izbral pogodbo, ki je izdelana za njegov tip. Da pa agent sploh sprejme pogodbo iz množice $\{(q_1, t_1), (q_2, t_2), \ldots, (q_k, t_k)\}$ oziroma da bo za delo sploh motiviran, mora vsak tip agenta imeti zaslužek, torej mora veljati:

$$t_i - X_i q_i \geq 0$$

oziroma

$$U_i \geq 0$$

za vsak tip agenta.

3. APLIKACIJA MODELA PRINCIPALA IN AGENTA NA DOHODNINSKO LESTVICO

Pri aplikaciji modela principala in agenta vzemimo, da so agenti zavezanci za dohodnino, principal pa država. V Sloveniji obstajajo štirje dohodninski razredi, ki določajo plačilo dohodnine posameznemu agentu; torej predpostavimo, da imamo štiri različno sposobne tipe agentov (X_1, X_2, X_3, X_4). Pri sestavljanju pogodbe s popolno informacijo principal z lahkoto poda pogodbo, ki bo zanj najbolj optimalna, saj pozna agentov tip. Če pa principal informacije o agentovem tipu nima, pa mora agenta (npr. finančno) motivirati, da se odloči sprejeti pogodbo, ki je sestavljena za njegov učinkovitostni oziroma dohodninski razred.

3. 1 Analize dohodninske lestvice v Sloveniji (za leto 2013)

Lestvica za odmero dohodnine za leto 2013.[1]			
Če znaša neto letna davčna osnova v evrih		Znaša dohodnina v evrih	
Nad	Do		
	8.021,34		16 %
8.021,34	18.960,28	1.283,41	+ 27 % nad 8.021,34
18.960,28	70.907,20	4.236,92	+ 41 % nad 18.960,28
70.907,20		25.535,16	+ 50 % nad 70.907,20

Oglejmo si lestvico, ki obračunava dohodnino glede na celoletni prihodek, pri tem pa zanemarimo morebitne olajšave. Označimo zaslužek pred odbijem davka s črko z in ga indeksirajmo glede na razred, o katerem govorimo (npr. v drugem razredu imenujmo zaslužek z_2). V najnižji dohodninski razred sodijo zavezanci z letnimi prihodki pod 8.021,34 € (če zanemarimo olajšave, ni pomembno, koliko manj od te zgornje meje zavezanec zasluži), plačujejo pa davek v višini 16 % zaslužka z_1 , kar znaša:

$$0,16 \cdot z_1.$$

V drugem razredu zavezanci z zaslužkom z_2 plačujejo davek po naslednjem izračunu:

[1] Vir [17. 1. 2013]: http://www.durs.gov.si/si/davki_predpisi_in_pojasnila/dohodnina_pojasnila/stopnje_dohodnine_za_leto_2013/lestvica_za_odmero_dohodnine_in_olajsave_za_leto_2013/

$$1.283,41\,€ + 0,27 \cdot (z_2 - 8.021,34\,€).$$

V tretjem razredu (pri plačilu z_3) davek znaša:

$$1.283,41\,€ + 0,27 \cdot (18.960,28\,€ - 8.021,34\,€) + 0,41 \cdot (z_3 - 18.960,28\,€) =$$
$$= 4.236,92\,€ + 0,4 \cdot (z_3 - 18.960,28\,€).$$

Davčni zavezanci, katerih plačilo x_4 presega vrednost 70.907,20 €, pa plačujejo davek glede na sledeči izračun:

$$1.283,41\,€ + 0,27 \cdot (18.960,28\,€ - 8.021,34\,€) +$$
$$+ 0,41 \cdot (70.907,20\,€ - 18.960,28\,€) + 0,50 \cdot (z_4 - 70.907,20\,€) =$$
$$= 25.535,16\,€ + 0,50 \cdot (z_4 - 70.907,20\,€)$$

3. 2 Dohodninska lestvica kot primer modela principala in agenta

Slovensko dohodninsko lestvico lahko razumemo tudi kot model principala in agenta s štirimi tipi agentov. Pri tem pa se pojavi problem; v začetnih poglavjih, ko smo črpali iz literature, smo zapisali, da je X_1 učinkovit tip agenta, če imamo model na dveh tipih, oziroma da je X_1 najbolj učinkovit tip agenta, če imamo k tipov. Pri dohodninski lestvici pa je prvi razred dejansko najmanj učinkovit tip agenta. Zato v tem primeru, ko želimo konsistentnost z uveljavljeno teorijo, spremenimo razrede pri dohodnini. Najbolj učinkovit tip agenta X_1 sodi v četrti dohodninski razred; tip X_2 v tretjega; tip X_3 v drugega; najmanj učinkovit tip agenta X_4 pa sodi v najnižji (prvi) dohodninski razred.

Zakaj bi torej dohodninsko lestvico sploh lahko razumeli kot model principala in agenta? Družba (agenti oziroma zavezanci za dohodnino) in principal (država) igrata igro z nepopolno informacijo. Agent v fazi sprejetja pogodbe že pozna svoj tip, država pa njegovega tipa ne pozna. Zato se agent, če mu je tako ugodneje, lahko pretvarja, da je manj sposoben. Da je bolj sposoben, pa se ne more pretvarjati, saj mu naročenega dela ne bi uspelo opraviti, principal pa bi skozi neopravljeno delo takoj izvedel, da je agent manj sposoben kot se je pretvarjal. Principal mora agentu ponuditi takšno plačilo, da se bo agentu splačalo sprejeti pogodbo, ki bo od njega zahtevala več truda, a ga bo tudi finančno nagradila. Oziroma, principal mora ponuditi takšno plačilo, da se bo agentu splačalo več delati oziroma prejeti večje bruto plačilo, od katerega mu bo država kasneje odvzela določen odstotek zaslužka glede na dohodninsko lestvico in razred, kateremu agent pripada.

Poglejmo obnašanje posameznih tipov agentov.

Najprej si oglejmo najbolj učinkovit tip agenta X_1. Principal agentu ponudi množico pogodb

$$\{(\mathrm{q}_1, \mathrm{t}_1), (\mathrm{q}_2, \mathrm{t}_2), (\mathrm{q}_3, \mathrm{t}_3), (\mathrm{q}_4, \mathrm{t}_4)\}.$$

Principalu bi bilo najbolj ugodno, da bi agent sprejel pogodbo $(\mathrm{q}_1, \mathrm{t}_1)$, zato mora raven koristnosti $U_1 = t_1 - X_1 q_1$ pri izvrševanju te pogodbe biti višja kot pri vseh ostalih pogodbah. Plačilo t_1, torej plačilo, ki je ponujeno zgolj tipu X_1, ki v našem primeru (pred odbitjem davka) presega vrednost 70.907,20 €, mora po odbitju davka še vedno presegati plačilo t_2 (izračunali bi ga na prej omenjen način), ki bi ga agent prejel, če bi se pretvarjal, da sodi v manj učinkovit razred.

V splošnem mora veljati:

$$t_1 - X_1 q_1 \geq t_2 - X_1 q_2 \geq t_3 - X_1 q_3 \geq t_4 - X_1 q_4 \geq 0,$$

sicer agent sploh ne bi bil motiviran.

Posamezne vrednosti potem znašajo:

$$t_1 = \mathrm{z}_4 - (25.535,16\,€ + 0,50 \cdot (\mathrm{z}_4 - 70.907,20\,€))$$

$$t_2 = \mathrm{z}_3 - (4.236,92\,€ + 0,4 \cdot (\mathrm{z}_3 - 18.960,28\,€))$$

$$t_3 = \mathrm{z}_2 - (1.283,41\,€ + 0,27 \cdot (z_2 - 8.021,34\,€))$$

$$t_4 = \mathrm{z}_1 - 0,16 \cdot 8.021,34\,€$$

Plačilo z_4 oziroma t_1 mora biti toliko večje od ostalih, da bo agent pripravljen izdelati toliko, kot je sposoben.

Vsak naslednji tip pa ima na voljo eno pogodbo manj, razmisleki pa so podobni. Najmanj učinkovit tip agenta X_4 pa ima dve možnosti – ali sprejme pogodbo $(\mathrm{q}_4, \mathrm{t}_4)$, ali pa sploh ne sprejme nobene pogodbe. Principal mora torej ponuditi dovolj dobro motivacijo (plačilo), da bo po odbitju 16-odstotnega davka znesek še vedno večji kot prejemek, ki bi ga agent dobil, če ni zaposlen. V tem primeru velja:

$$t_4 - X_4 q_4 \geq 0,$$

kjer je $t_4 = (1 - 0,16) \cdot 8.021,34\,€ = 6.737,93\,€$;

oziroma

$$t_4 > t_0,$$

pri čemer je t_0 univerzalni temeljni dohodek (UTD), ki ga agent dobi, tudi če ne opravlja nobenega dela.

3. 3 Sklep

Na podlagi modela sem ugotovila, da je dohodninska lestvica zastavljena tako, da nudi delavcem motivacijo, da se odločijo opraviti delo, za katerega so sposobni. Večanje zaslužka pa ne koristi le posamezniku, ki se bo zaradi večjega zaslužka želel potruditi, temveč tudi državi, ker mora posameznik plačati večje davke.

ZAKLJUČEK

V svoji raziskovalni nalogi sem se lotila preučevanja meni do takrat neznanega področja matematike, kar je sploh sprva bilo težko, saj je bilo potrebno najprej preučiti vso teorijo, da sem sploh pridobila občutek; šele nato sem model principala in agenta posplošila na k tipov, kasneje pa aplicirala na dohodninsko lestvico s štirimi razredi. V raziskovalni nalogi, predvsem z aplikacijo, sem želela pokazati, da ima matematika tudi veliko praktično vrednost in da se pojavlja tudi na tistih življenjskih področjih, kjer je ne bi pričakovali, npr. pri opazovanju motiviranja posameznih agentov.

ZAHVALA

Rada bi se zahvalila obema mentorjema; tako profesorici matematike, kot tudi zunanjemu profesorju s fakultete. Oba sta mi pomagala tako pri izboru teme, kot kasneje pri razvijanju problema oziroma smeri, v katero je nato raziskovanje steklo in mi s svojim znanjem matematike pomagala razvozlati marsikatero nejasnost. Poleg tega pa sta me tudi podpirala, ko je pisanje raziskovalne naloge potekalo bolj ovirano in počasi, in mi zmeraj zagotovila dovolj časa za končne popravke in dopolnitve.

VIRI

Lestvica za odmero dohodnine in olajšave za leto 2013. Davčna uprava republike Slovenije. URL:http://www.durs.gov.si/si/davki_predpisi_in_pojasnila/dohodnina_pojasnila/stopnje_dohodnine_za_leto_2013/lestvica_za_odmero_dohodnine_in_olajsave_za_leto_2013/ (Citirano: 17.1.2013)

Laffont, J. J.; Martimort, D., 2001. The Theory of Incentives I: The Principal-Agent Model. 381 str. URL: http://219.219.191.244:1980/upload/chanjing/200811113173553049.pdf (Citirano: 26.10.2012)