

**»Mladi za napredek Maribora 2013«
30. srečanje**

ARLS

FIZIKA

Raziskovalna naloga

PROSTOR ZA NALEPKO



Maribor, 6.2.2013

POVZETEK

V svoji raziskovalni nalogi sem proučeval lansiranje (izstreljevanje) raket iz različnih nadmorskih višin z uporabo sistema ARLS (Advanced Rocket Launch System). Sistem sem si zamislil kot platformo, katero bi s pomočjo balonov dvignili na želeno nadmorsko višino in iz nje izstrelili vesoljsko plovilo. Problema sem se lotil teoretično. Postavil sem teoretični uvod, na podlagi katerega sem gradil matematični model. Analiziral sem vpliv različnih dejavnikov na maso goriva, ki ga potrebujemo za izstrelitev vesoljskega plovila, preučil pa sem tudi možnost izstrelitve večje količine tovora z enako količino goriva. Ugotovil sem, da se oba parametra z višino izstrelišča signifikantno spreminjata. Že ob relativno majhnih višinah, ki so dosegljive že s sedanjo tehnologijo lahko občutno zmanjšamo maso pogonskih goriv. V kolikor se odločimo za enako količino goriva, kot jo uporabljamo trenutno pa lahko s trenutno uporabljeno količino z izstrelitvijo iz višjih nadmorskih višin (20km) količino tovora povečamo celo za faktor 2, kar bistveno pripomore k ekonomski učinkovitosti (prihranimo več deset milijonov dolarjev).

Lotil sem se tudi ekološkega aspekta izstreljevanja vesoljskih plovil, prav tako sem pa raziskal načine implementacije ARLS in ugotovil, da ideja kot sem si jo zamislil je težje izvedljiva, sem pa ob izdelavi raziskovalne naloge ugotovil, da že obstajajo načrti za izgradnjo objektov za izstrelitev vesoljskih plovil.

ABSTRACT

In my research project I researched the launching of rockets from different altitudes using the system ARLS (Advanced Rocket Launch System). The system I devised as a platform, which would be carried to the desired elevation with the help of balloons. When the desired elevation is reached the spacecraft would be fired from the platform. I tackled the problem theoretically. I set a theoretical introduction, on which I built a mathematical model. I analyzed the impact of various factors on the mass of the fuel, that we need to launch the spacecraft, but I have also examined the possibility of launching larger amounts of cargo with the same amount of fuel. I found out, that both of these parameters significantly change with the height from which the spacecraft is launched. We could significantly reduce the mass of the spacecraft propellant needed at relatively low altitudes, which are already available with the current technology. The second option is to use the saved fuel to carry more payload in to space. By reaching higher altitudes (20km) the amount of the carried payload would increase by a factor of 2, which significantly contributes to economic efficiency (saving tens of millions of dollars).

I also tackled the ecological aspect of launching spacecraft. I was also looking for ways to implement ARLS and found out, that the idea as I imagined it is hard to implement. In my research I found out, that there are already plans to build facilities for launching spacecraft from higher altitudes.

ZAHVALA

Sprva bi se rad zahvalil mentorju, ki mi je bil vedno na voljo. Prav tako me je že od samega začetka podpiral pri tej ambiciozni raziskovalni nalogi. Zahvaliti bi se želel tudi šoli, ki mi je pomagala pri tisku raziskovalne naloge. Moje zahvale je deležen tudi celoten fizikalen kolektiv na naši šoli, saj mi je vlil zaupanje in dal predvsem veliko zadovoljstva pri reševanju problemov in tudi našemu kemijskemu kolektivu, ki mi je pomagal pri kemijskem delu moje raziskovalne naloge (stranski produkti pri vžigu amonijevega perklorata). Seveda pa se naposled moram zahvaliti tudi svoji družini, ki mi je vedno stala ob strani in mi dajala moralno podporo in naši šolski koordinatorici raziskovalnih nalog, ki je izkazala veliko zanimanje za mojo nalogo in me tako tudi dodatno motivirala k delu. Zahvaliti bi se želel tudi svoji razredničarki, ker mi je opravičila številne izostanke od pouka, zaradi raziskovalne dejavnosti. Ne smem pa tudi pozabiti na šolsko knjižničarko, ki mi je pomagala pri navajanju virov.

Kazalo vsebine

1.	UVOD	1
2.	FIZIKALNI OPIS LETA VESOLJSKEGA PLOVILA SKOZI ATMOSFERO	3
2.1.	II. Newtonov zakon	3
2.1.1.	Pogonska sila.....	4
2.1.2.	Sila upora.....	6
2.1.3.	Gravitacijska sila	10
2.2.	Delta-v	11
2.3.	Specifični impulz.....	11
3.	RAZISKAVA IZSTRELJEVANJA VESOLJSKEGA PLOVILA IZ RAZLIČNIH VIŠIN 12	
3.1.	Vpliv sile upora	12
3.2.	Vpliv gravitacijske sile	13
3.3.	Odvisnost učinkovitosti raketnega motorja od višine.....	13
3.4.	Izgube delta-v zaradi upora	14
3.5.	Poraba goriva	14
3.6.	Masa tovora	16
3.4	OKOLJSKA PROBLEMATIKA IZSTRELJEVANJA VESOLJSKIH PLOVIL	18
4.	IDEJE ZA TEHNOLOŠKO IMPLEMENTACIJO ARLS	19
5.	DISKUSIJA.....	22
6.	ZAKLJUČEK.....	23
7.	VIRI.....	24

Kazalo slik

Slika 1: Sile, ki med letom delujejo na raketo (Energy, 2006, http://www.hk-phy.org...).	3
Slika 2: Slika prikazuje izpušno odprtino.	5
Slika 3: Slika (levo) prikazuje laminaren tok - urejene tokovnice okoli telesa.....	7
Slika 4: Odvisnost relativne spremembe mase goriva od višine izstrelišča	16
Slika 5: Odvisnost relativne spremembe mase tovora od višine izstrelišča	18
Slika 6: Na sliki je prikazana izstrelilna ploščad, ki se uporablja za zelo pogosto uporabljeno	20
Slika 7: prikazuje izstrelitev največje operativne rakete Delta IV (Space, 2012: http://www.space.com...).....	23

Kazalo enačb

Enačba 1: II. Newton zakon	3
Enačba 2: II. Newtonov zakon, kot ga lahko uporabimo v našem primeru zaradi dejstva, da obe vektorski količini kažeta v enako smer.	3
Enačba 3: II. Newtonov zakon za vesoljsko plovilo na sliki 1.	4
Enačba 4: Enačba za izračun spremembe gibalne količine izpušnih plinov zaradi sile, ki nastane kot posledica kemijske reakcije goriva.	4
Enačba 5: Enačba za izračun spremembe gibalne količine izpušnih plinov.	4
Enačba 6: Enačba povezuje hitrost izpuha s potisno silo.	5
Enačba 7: Enačba za izračun potisne sile s pomočjo masnega pretoka.	5
Enačba 8: Enačba za izračun izpušne hitrosti.	5
Enačba 9: Enačba prikazuje izračun za spremembo volumna.	5
Enačba 10: Prikazuje preoblikovano definicijo gostote	5
Enačba 11: Enačba za hitrost izpusta.	6
Enačba 12: Enačba za hitrost izpusta, pri čemer velja, da je $\Phi m = \Delta m \Delta t$	6
Enačba 13: Enačba za izračun potisne sile.	6
Enačba 14: Enačba prikazuje definicijo Reynoldsovega števila.	7
Enačba 15: Bernoullijeva enačba.	8
Enačba 16: Spremenjena oblika Bernoullijeve enačbe, ob upoštevanju dejstva, daje v našem primeru tok vodoraven in da je hitrost v zastojni točki enaka $0ms$	8
Enačba 17: Enačba za izračun zastojnega tlaka.	9
Enačba 18: Definicija tlaka.	9
Enačba 19: Razlika sil, ki delujeta na vesoljsko plovilo na sprednjem in zadnjem delu.	9
Enačba 20: Razlika sil, ki delujeta na vesoljsko plovilo na sprednjem in zadnjem delu.	9
Enačba 21: Enačba za izračun sile s katero tekočina deluje na telo.	10
Enačba 22: Enačba za izračun sile upora.	10
Enačba 23: Enačba prikazuje splošni gravitacijski zakon:	10
Enačba 24: Enačba za izračun gravitacijske sile	11
Enačba 25: Tsiolkovsky-jeva enačba, ki opisuje gibanje vesoljskega plovila	11
Enačba 26: Izračun potisne sile iz specifičnega impulza	11
Enačba 27: Razmerje med silo upora in gravitacijsko silo	12
Enačba 28: Odvisnost gravitacijske potencialne energije potrebne, za izstrelitev v orbito od višine izstrelišča	13
Enačba 29: relativna sprememba impulza	14
Enačba 30: Relativna sprememba delta-v	14
Enačba 31: Tsiolkovsky-jeva enačba	14
Enačba 32: Enačba za izračun mase goriva	15
Enačba 33: Enačba za izračun prihranka goriva pri izstrelitvah iz različnih višin	15
Enačba 34: Enačba za izračun relativne spremembe mase goriva	15
Enačba 35: Enačba za izračun relativne spremembe mase goriva	15
Enačba 36: Enačba za izračun mase tovora in prazne rakete	16
Enačba 37: Enačba za izračun spremembe mase tovora in prazne rakete pri izstrelitvah iz različnih višin	17
Enačba 38: Relativna sprememba mase tovora in prazne rakete	17
Enačba 39: Enačba za izračun relativne spremembe mase tovora in prazne rakete pri izstrelitvah iz različnih višin	17
Enačba 40: Kemijska enačba nam prikazuje v kaj zreagira APCP (amonijev perklorat).	19

Enačba 41: Kemijska enačba prikazuje kako klor reagira v vodi. Pri tem nastaneta dve vrsti klorovih kislin – klorovodikova kislina in klorova (I) kislina (po uradnem IUPAC-ovem poimenovanju pa hipoklorova kislina).	19
Enačba 42: Prikazana je plinska enačba.....	21
Enačba 43: Enačba prikazuje spremenjeno plinsko enačbo.	21
Enačba 44: Enačba predstavlja izobarno spremembo.	21

Kazalo tabel

Tabela 1: Odvisnost relativne spremembe specifičnega impulza od višine izstrelitve.	13
Tabela 2: Odvisnost zmanjšanja potrebnega delta-v za izstrelitev vesoljskega plovila na določeno višino zaradi manjšega vpliva sile upora v odvisnosti od višine izstrelišča.....	14
Tabela 3: Odvisnost prihranka goriva od višine izstrelišča.....	16
Tabela 4: Odvisnost spremembe mase tovora in prazne rakete od višine izstrelišča.....	17
Tabela 5: Odvisnost spremembe mase tovora od višine izstrelišča	18

Uporabljene fizikalne količine:

- $\sum F$ – vsota vseh zunanjih sil, ki delujejo na vesoljsko plovilo
- m – masa vesoljskega plovila
- a – pospešek vesoljskega plovila
- F_p - pogonsko silo
- F_g - silo teže
- F_u - silo upora
- ΔG – sprememba gibalne količine goriva
- F_p – potisna sila
- Δt – časovni interval
- Δm – sprememba mase goriva
- v_i – hitrost izpuha goriva
- Φ_m - masni tok izpušnih plinov
- ρ – gostota izpušnih plinov
- Δx - razdalja, ki jo prepotujejo izpušni plini
- ΔV – sprememba volumna (prostornine)
- S – površina
- d - tipična prečna dimenzija,
- v - je relativna hitrost telesa glede na tekočino in
- η - viskoznost tekočine.
- p_1 – tlak na sprednjem delu vesoljskega plovila
- p_2 - tlak na zadnjem delu vesoljskega plovila
- ρ – gostota zraka
- v_1 – relativna hitrost vesoljskega plovila glede na medij na sprednjem delu
- v_2 - relativna hitrost vesoljskega plovila glede na medij na zadnjem delu
- g – gravitacijski pospešek
- z_1 – lega sprednjega dela vesoljskega plovila glede na tokovnice
- z_2 - lega zadnjega dela vesoljskega plovila glede na tokovnice
- Δp – razlika v tlakih med sprednjim in zadnjim delom vesoljskega plovila
- p – tlak, ki deluje na površino S
- F – sila, ki povzroča tlak p
- ΔF – razlika sil, ki delujeta na vesoljsko plovilo na sprednjem in zadnjem delu
- F_1 – sila, ki deluje na sprednji del vesoljskega plovila
- F_2 - sila, ki deluje na zadnji del vesoljskega plovila
- S_{vp} – Ploščina preseka vesoljskega plovila
- F_u - sila upora
- v - hitrost vesoljskega plovila
- C_u - koeficient upora
- G - gravitacijska konstanta ($G = 6,67 \times 10^{-11}$)
- F_g - sila teže (gravitacijska sila)
- m_1 - masa prvega telesa
- m_2 - masa drugega telesa
- r_t - oddaljenost med težiščema dveh opazovanih objektov
- m_{vp} - masa vesoljskega plovila
- m_Z - masa Zemlje
- r - oddaljenost vesoljskega plovila od središča Zemlje

- F – sila
- m_p – masa vesoljskega plovila
- a – pospešek vesoljskega plovila
- F_g - gravitacijska sila
- W_p - potencialna energija vesoljskega plovila na razdalji r od središča zemlje
- r_z - polmer zemlje
- h – oddaljenost vesoljskega plovila od zemeljskega površja
- Δv - delta-v
- v_i - hitrost izpusta pogonskih plinov
- m - masa vesoljskega plovila in goriva
- m_0 - masa praznega vesoljskega plovila
- m_g – masa goriva
- Δm_g - prihranek goriva
- V - volumen (prostornina)
- n – množina snovi
- R – plinska konstanta (8314)
- T – temperatura
- p_0 - začetni tla
- V_0 - začetni volumen (prostornina)
- T_0 - začetna temperatura

1. UVOD

Moja raziskovalna naloga govori o problemu pošiljanja vesoljskih plovil v vesolje. Očitno je, da je današnji način pošiljanja teh plovil v vesolje relativno neučinkovit, saj se pri izstrelitvi veliko energije porabi za izhod iz atmosfere, saj se rakete izstreljujejo iz lokacij z nizko nadmorsko višino in to posledično pomeni, da moremo premagovati silo upora na veliki razdalji, če želimo priti iz naše atmosfere.

V svoji raziskovalni nalogi bom preučeval vpliv višje lege izstrelišča na količino goriva potrebno za vstop v vesolje. Ocenil bom tudi tehnološke zmožnosti in ekonomsko učinkovitost takšnega načina izstrelitve. Rezultate bom primerjal z že poznanimi podatki za izstrelitev raket iz zemeljskega površja. Izdelal bom sistem "ARLS" – Advanced Rocket Launch Sistem oziroma naprednega sistema za lansiranje (izstreljevanje) raket. ARLS je moja ideja sistema, katerega namen je izstreljevanje vesoljskih plovil iz višje nadmorske višine, saj bi na višji nadmorski višini zasledili manjšo silo upora zaradi manjše gostote zraka (razmišljam o višini vsaj 11.000 metrov, saj je do te višine zbranih kar 75% mase celotnega zraka (Univerza, <http://iepoi.uni-mb.si...>). ARLS lahko praktično implementiramo na dva načina. Sprva bi lahko si lahko ARLS predstavljali, kot lahko izstrelilno ploščad za izstreljevanje raket oziroma vesoljskih plovil, ki bi jo v višine popeljali baloni, ki bi bili napolnjeni ali s helijem ali z vodikom. Po drugi strani pa bi si lahko ARLS predstavljali tudi kot visok stolp s katerega bi izstreljevali rakete oziroma vesoljska plovila.

Zaradi finančnih omejitev pri izvedbi eksperimenta se bom problema lotil bolj teoretično in skušal napovedati zmožnost implementacije te ideje. Med drugim bom poskusil tudi ustvariti maketo ARLS, ki jo bom (če bo maketa uspela) predstavil ob predstavitvi svoje raziskovalne naloge. Ob pregledu obstoječe literature v slovenskih knjižnicah sem se srečal s težavo pomanjkanja tiskanih virov, zato sem bil prisiljen poiskati oziroma uporabiti elektronske vire, ki so bili večinoma tuje specializirane spletne strani.

Temeljno izhodišče pri moji raziskovalni nalogi je predstavljala spletna stran ameriške vesoljske agencije NASA (National Aerospace and Space Administration).

Raziskoval bom vpliv višine izstrelišča na energijo, ki se porabi za premagovanje sile upora, iz tega podatka pa bom poskusil določiti količino goriva, ki je potrebno za izstrelitev vesoljskega plovila v zunanost atmosfere. Ocenil bom tehnološke zmožnosti in ekonomsko učinkovitost takšnega načina izstrelitve. Rezultate bom primerjal z že poznanimi podatki za izstrelitev raket iz zemeljskega površja.

Moje hipoteze so:

- ARLS bo lahko uspešno pripotoval do višine vsaj 11.000 metrov
- Velika večina potisne sile se do višine 11 000 metrov porabi za premagovanje sile upora. Z izstreljevanjem iz velike višine se bo manj energije potrošilo za premagovanje le te
- Iz ARLS-ja bo mogoče izstreljevati vesoljska plovila
- ARLS se bo ekonomsko izplačal.
- ARLS okolju prijaznejši od sedanjega načina izstreljevanja vesoljskih plovil.

Prihodnost vesoljskih potovanj ogrožena iz finančnega vidika, ker so goriva dokaj draga (to pa lahko v današnjih časih, ko se na vseh koncih varčuje, pomeni, da bi lahko ostali brez vesoljskih programov). Med drugim pa potrebujemo veliko odprav, da bi omogočili transport majhne količine surovin v vesolje.

Večji problem od financ pa je vsekakor skrb za okolje, saj z vsakim poletom (transportira malo materiala) dobimo veliko izpušnih plinov. Pri tem so največji problem zelo popularni "hypergolic propellants" oz. pogonska goriva, ki medsebojno reagirajo spontano in APCP (amonijev perklorat). Te snovi pa so zelo okolju škodljive in tako predstavljajo nevarnost okolju. (National, 2012, Combustion, <http://exploration...>)

Ideja ARLS se mi zelo uporabna in koristna, saj pokrijemo številne probleme sodobnih vesoljskih misij, ker postanejo cenejše, tako postanejo plovila tudi bolj okolju prijazna saj se izpust goriv zmanjša in posledično vesoljsko plovilo manj onesnažuje ozračje. Najpomembnejši dejavnik pa je predvsem povečan domet vesoljskih plovil, saj bi gorivo, ki smo ga prihranili na poti iz Zemlje lahko uporabili za daljše polete ali pa za večjo nosilnost rakete.

TRENTNI REZULTATI

Precej očitno je, da je današnji način izstreljevanje vesoljskih plovil precej neučinkovit, zato je sama ideja o poskusu izboljševanja leta vesoljskega plovila že precej stara. Zardi dejstva, da je raketna enačba eksponentna enačba in s pomočjo dejstva, da se energijski izkoristek vesoljskega plovila večja z višino je NASA ocenila, da bi s premikom posebne izstrelilne ploščadi na višino le 3 km povečali sposobnost transporta različnega tovora (v nižje zemeljske orbite) za kar 80% v primerjavi z današnjim izstreljevanjem vesoljskih plovil (Wikipedia, 2013, Rocket sled launch, <http://en.wikipedia.org...>) Zanimiv je tudi projekt SkyCat, kjer so inženirji ustvarili hibridno letalo, ki bi naj prenašal zelo težke objekte. Pri vzgonu tega plovila bi si naj prav tako pomagali z helijem (Wikipedia, 2012, SkyCat, <http://en.wikipedia.org...>). Prav tako sem ugotovil, da je na to temo bilo razpisanih kar nekaj tekmovanj in nekaj magistrskih nalog. Zasledil sem tudi številne zanimive poskuse, pri enem izmed teh so študentje avstralske univerze Kiwi uspešno poslali balon na rob vesolja in od tam na zemljo uspešno poslali fotografijo (Stuff, 2012, <http://www.stuff.co.nz...>) Prav tako so študentje prestižne ameriške univerze Harvard poslali balon na rob vesolja, pri čemer je skupek vseh stroškov znašal 1000\$. (TIME, 2012, <http://newsfeed.time.com...>). Iz teh raziskav vsekakor vidimo, da je tema zelo zanimiva in predvsem aktualna.

2. FIZIKALNI OPIS LETA VESOLJSKEGA PLOVILA SKOZI ATMOSFERO

Za opis gibanja vesoljskega plovila v atmosferi potrebujemo predznanje klasične mehanike. V svoji raziskovalni nalogi sem se ukvarjal s silami, ki delujejo na vesoljsko plovilo med letom, njihovim vplivom na spreminjanje hitrosti le tega in energijo potrebno za njegovo dvigovanje.

2.1. II. Newtonov zakon

Gibanje telesa v smeri pravokotno na zemeljsko površje lahko opišemo z II. Newtonovim zakonom.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Enačba 1: II. Newtonov zakon

Zaradi dejstva, da sta tako sila, kot tudi pospešek, ki sta sicer vektorski količini, saj imata smer, usmerjenost in velikost, enako usmerjeni lahko zgoraj navedeno formulo zapišemo tako:

$$\sum F = ma$$

Enačba 2: II. Newtonov zakon, kot ga lahko uporabimo v našem primeru zaradi dejstva, da obe vektorski količini kažeta v enako smer.

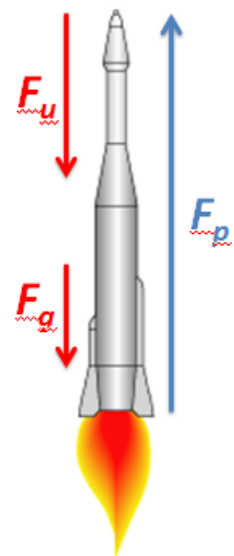
Pri čemer je:

- $\sum F$ – vsota vseh zunanjih sil, ki delujejo na vesoljsko plovilo
- m – masa vesoljskega plovila
- a – pospešek vesoljskega plovila

V našem primeru na vesoljsko plovilo med letom delujejo naslednje sile:

- Pogonska sila (F_p)
- Gravitacijska sila (F_g)
- Sila upora (F_u)

Sile, ki med letom delujejo na vesoljsko plovilo prikazuje slika 1.



Slika 1: Sile, ki med letom delujejo na raketo (Energy, 2006, <http://www.hk-phy.org...>).

Za pozitivno smer sem si izbral smer gibanja vesoljskega plovila. Vesoljsko plovilo poganja pogonska sila, nasprotujeta pa ji gravitacijska sila in sila upora. Ker je pogonska sila večja od vsote sile upora in gravitacijska sila, se vesoljsko plovilo pospešeno giba navzgor.

V našem primeru lahko II. Newtonov zakon zapišemo tako, da namesto $\sum F$ zapišemo pogonsko silo (F_p), silo teže (F_g) in silo upora (F_u). Pogonska sila (F_p) ima pozitivni predznak, ker kaže v pozitivno smer. Sila teže (F_g) in sila upora (F_u) pa imata negativni predznak, ker delujejo v nasprotno smer. Ko vstavimo podatke za naše vesoljsko plovilo dobimo II. Newtonov zakon v naslednji obliki:

$$F_p - F_g - F_u = ma$$

Enačba 3: II. Newtonov zakon za vesoljsko plovilo na sliki 1.

Sile, ki nastopajo v enačbi sem raziskal in poskusil določiti njihovo velikost. (Rocket, 2012, <http://www.philsrockets.org.uk/forces.pdf> dne)

2.1.1. Pogonska sila

Pogonska sila nastane kot posledica notranjega izgorevanja goriva, ki potiska masni tok skozi izhodno odprtino. III. Newtonov zakon nam pove, da je sila, ki vesoljsko plovilo potiska navzgor nasprotno enaka sili, ki potiska masni tok skozi izhodno odprtino.

Da lahko dobimo velikost potisne sile, opazujemo izpuh goriva. Zapišemo lahko formulo za spremembo gibalne količine izpušnih plinov.

$$\Delta G = F_p \Delta t$$

Enačba 4: Enačba za izračun spremembe gibalne količine izpušnih plinov zaradi sile, ki nastane kot posledica kemijske reakcije goriva.

Pri čemer je:

- ΔG – sprememba gibalne količine goriva
- F_p – potisna sila
- Δt – časovni interval

Če predpostavimo, da se hitrost izpuha med letom ne spreminja, lahko spremembo gibalne količine zapišemo po naslednji enačbi:

$$\Delta G = \Delta m v_i$$

Enačba 5: Enačba za izračun spremembe gibalne količine izpušnih plinov.

Pri čemer je:

- Δm – sprememba mase goriva
- v_i – hitrost izpuha goriva

Enačba za spremembo gibalne količine nam pove, da je le ta enaka produktu spremembe mase goriva in izpušne hitrosti. Ko združimo enačbi 3 in 4, z manjšim preoblikovanjem dobimo enačbo, ki povezuje hitrost izpuha s potisno silo.

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} v_i = F_p$$

Enačba 6: Enačba povezuje hitrost izpuha s potisno silo.

Člen na levi strani enačbe 6 prepoznamo kot masni pretok izpušnih plinov, definiran kot $\Phi_m = \frac{\Delta m}{\Delta t}$. Enačbo 6 lahko sedaj zapišemo na naslednji način.

$$\Phi_m v_i = F_p$$

Enačba 7: Enačba za izračun potisne sile s pomočjo masnega pretoka.

Sumimo lahko, da je izpušna hitrost plinov povezana z masnim pretokom. Za natančnejšo zvezo med količinama je potrebno proučiti izstopanje izpušnih plinov skozi izhodno odprtino, kar prikazuje slika 2. Na njej je prikazan del izpušnih plinov v izpušni odprtini. Opazoval sem majhen del izstopne odprtine z debelino Δx in ploščino S .

Zanimalo me je, kako hitro določena količina izpušnih plinov prepotuje razdaljo Δx . Izhajal sem iz definicije hitrosti.

$$v_i = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Enačba 8: Enačba za izračun izpušne hitrosti.

Iz slike lahko vidimo, da se v času Δt pretoči del volumna ΔV , ki je enak

$$\Delta V = S \Delta x$$

Enačba 9: Enačba prikazuje izračun za spremembo volumna.

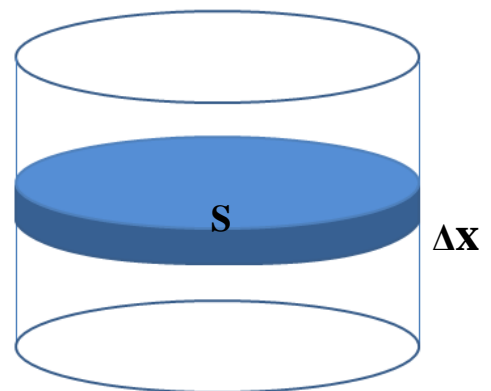
maso tega delca volumna dobimo iz definicije gostote kot

$$\Delta m = \rho \Delta V$$

Enačba 10: Prikazuje preoblikovano definicijo gostote

Pri čemer je:

- ρ – gostota izpušnih plinov



Slika 2: Slika prikazuje izpušno odprtino.

Ko združimo enačbe 8,9 in 10, dobimo enačbo za hitrost izpusta.

$$v_i = \frac{\Delta m}{\rho S \Delta t}$$

Enačba 11: Enačba za hitrost izpusta.

V enačbi 11 ponovno opazimo masni pretok. Po oblikovanju dobimo enačbo za izstopno hitrost.

$$v_i = \frac{\Phi_m}{\rho S}$$

Enačba 12: Enačba za hitrost izpusta, pri čemer velja, da je $\Phi_m = \frac{\Delta m}{\Delta t}$

Ko združimo enačbo 12 z enačbo 7, dobimo enačbo za potisno silo.

$$F_p = \frac{\Phi_m^2}{\rho S}$$

Enačba 13: Enačba za izračun potisne sile.

2.1.2. Sila upora

Na vsako telo, ki se giblje po tekočini, deluje zaviralna sila v obliki sile upora. Usmerjena je v nasprotno smer relativne hitrosti telesa glede na tekočino. Iz naših izkušenj vemo, da je sila upora odvisna od hitrosti, saj vemo, da se pri večjih hitrostih tekočina bolj upira gibanju teles. Sila upora je odvisna tudi od oblike teles, iz vsakdanjega življenja namreč vemo, da je sila upora aerodinamičnih oz. hidrodinamičnih teles mnogo manjša, kot pri ne-aerodinamičnih oz. ne-hidrodinamičnih telesih. Sila upora pa je odvisna tudi od velikosti telesa, izmerimo namreč, da na telo, ki je večje in enako oblikovano deluje večja sila upora. Sila upora je odvisna tudi od medija, skozi katero se telo premika. V medijih z večjo gostoto bo na telo delovala večja sila upora, prav tako pa je velikost sile upora odvisna tudi od viskoznosti medija. Upor je v veliki meri odvisen od viskoznosti sredstva skozi katero se telo (vesoljsko plovilo) premika. Za poenostavljeno razlago si lahko predstavljamo viskoznost snovi, kot lepljivost. Zaradi te lepljivosti se na premikajoče se telo molekule medija prilepijo na telesno površino in tako ustvarijo plast medija ob površini snovi. Ta plast posledično spremeni obliko telesu – medij reagira na površino in obliko te plasti in ne na fizično površino oz. obliko telesa (vesoljskega plovila). (National, 2012, Boundary layer, <http://exploration.grc.nasa.gov...>) Viskozni tok prikazuje slika 3 (levo).

Pri velikih hitrostih, katere naše vesoljsko plovilo dosega, je potrebno upoštevati še pojav ločevanja plasti medija od same površine telesa. Zaradi vrtinčenja tokovnic se pojavi tlačna razlika med sprednjim in zadnjim delom vesoljskega plovila, ki zavira njegovo gibanje. Takšno vrtinčenje je značilno predvsem za ne-viskozne tekočine. Takšen ne-laminaren (vrtinčni) tok prikazuje slika 3 (desno).

Silo upora glede na razmerje med zgoraj navedenimi dejavniki opišemo na različne načine.

Merilo za oceno vrste upora je **Reynoldsovo število** Re , ki je definirano kot:

$$Re = \frac{d\rho v}{\eta},$$

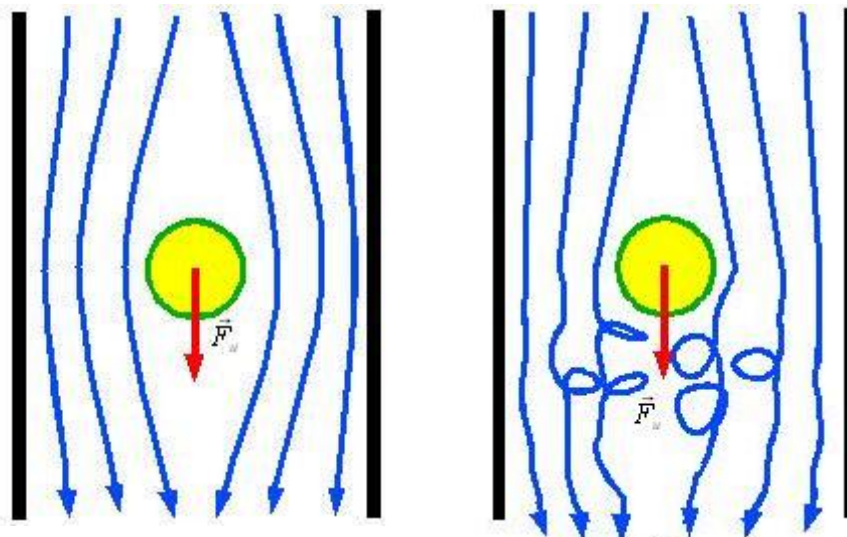
Enačba 14: Enačba prikazuje definicijo Reynoldsovega števila.

pri čemer je:

- d tipična prečna dimenzija,
- ρ je gostota tekočine,
- v je relativna hitrost telesa glede na tekočino in
- η viskoznost tekočine.

V grobem ločimo tri različne načine opisa sile upora:

- Pri majhni relativni hitrosti, ko je Re manjši od 1, je tok laminaren, tokovnice so okoli telesa urejene (Slika 3 - levo), sila upora pa je sorazmerna z relativno hitrostjo, zato se imenuje linearni zakon upora.
- Pri veliki relativni hitrosti, ko je Re večji od 1000, je tok turbulenten in so tokovnice vrtinčasto neurejene (Slika 3 - desno), sila upora pa je sorazmerna s kvadratom relativne hitrosti, zato se imenuje kvadratni zakon upora
- Pri zmerni relativni hitrosti, ki ni niti majhna, niti velika, in je Re med 1 in 1000, ne velja niti linearni, niti kvadratni zakon upora. (Nauk, 2009, <http://www.nauk.si/materials...> ; National, 2012, Boundary layer, <http://exploration.grc.nasa.gov...>).



Slika 3: Slika (levo) prikazuje laminaren tok - urejene tokovnice okoli telesa. Slika (desno) prikazuje turbulenten tok - tokovnice so vrtinčasto neurejne (Nauk, 2009, <http://www.nauk.si/materials...>)

Reynoldsovo število lahko ocenimo z nekaj znanimi podatki.

Za zrak velja:

- $\eta_z = 1,8 \times 10^{-5}$
- $\rho_z = 1,2 \frac{kg}{m^3}$
- $d \approx 2,3m$
- $v \approx 700 \frac{m}{s}$

Podatki: (Scribd, 2013, <http://www.scribd.com/doc...>)

S temi podatki se bo **Reynoldsovo število** gibalo nekje okoli 10^5 do 10^8 .

Tako lahko z gotovostjo trdimo, da za našo raketo velja kvadratni zakon upora.

Ker naše vesoljsko plovilo zadošča pogojem za izračun sile upora po kvadratnem zakonu, si pogledjmo kako tekočina deluje na naše vesoljsko plovilo.

Sumimo, da je sila upora odvisna od relativne hitrosti telesa glede na sredstvo – pri tem je vseeno ali se telo giblje in sredstvo skozi katero se giblje miruje ali obratno.

Sedaj si zamislimo takšen sistem, kjer bo telo mirovala, sredstvo pa se bo gibalo s hitrostjo v . Zanima nas, kolikšna bo razlika tlakov med sprednjim in zadnjim delom vesoljskega plovila.

Za izračun sile, ki se upira gibanju vesoljskega plovila si pogledjmo Bernoullijevo enačbo.

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

Enačba 15: Bernoullijeva enačba.

Pri čemer je:

- p_1 – tlak na sprednjem delu vesoljskega plovila
- p_2 - tlak na zadnjem delu vesoljskega plovila
- ρ – gostota zraka
- v_1 – relativna hitrost vesoljskega plovila glede na medij na sprednjem delu
- v_2 - relativna hitrost vesoljskega plovila glede na medij na zadnjem delu
- g – gravitacijski pospešek
- z_1 – lega sprednjega dela vesoljskega plovila glede na tokovnice
- z_2 - lega zadnjega dela vesoljskega plovila glede na tokovnice

Upoštevajmo, da je tok vodoraven ($z_1 = z_2$), hitrost zraka za raketo pa $0 \frac{m}{s}$. Ko vstavimo te podatke se enačba 15 preoblikuje v:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + 0$$

Enačba 16: Spremenjena oblika Bernoullijeve enačbe, ob upoštevanju dejstva, daje v našem primeru tok vodoraven in da je hitrost v zastojni točki enaka $0 \frac{m}{s}$.

Iz te enačbe lahko izrazimo razliko tlakov med sprednjim in zadnjim delom vesoljskega plovila.

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho v_1^2$$

Enačba 17: Enačba za izračun zastojnega tlaka.

Pri čemer je:

- Δp – razlika v tlakih med sprednjim in zadnjim delom vesoljskega plovila

Za izračun sile, ki na raketo deluje zaradi gibanja skozi sredstvo, lahko uporabimo definicijo tlaka

$$p = \frac{F}{S}$$

Enačba 18: Definicija tlaka.

Pri čemer je:

- p – tlak, ki deluje na površino S
- S – površina
- F – sila, ki povzroča tlak p

Sedaj lahko zapišemo razliko med silama, ki delujeta na sprednji in zadnji del vesoljskega plovila kot:

$$\Delta F = F_2 - F_1$$

Enačba 19: Razlika sil, ki delujeta na vesoljsko plovilo na sprednjem in zadnjem delu.

Pri čemer je:

- ΔF – razlika sil, ki delujeta na vesoljsko plovilo na sprednjem in zadnjem delu
- F_1 – sila, ki deluje na sprednji del vesoljskega plovila
- F_2 – sila, ki deluje na zadnji del vesoljskega plovila

Ko združimo enačbi 18 in 19, dobimo enačbo za razliko sil, ki delujeta na sprednji in zadnji del vesoljskega plovila.

$$\Delta F = \Delta p S_{vp}$$

Enačba 20: Razlika sil, ki delujeta na vesoljsko plovilo na sprednjem in zadnjem delu.

Pri čemer je:

- S_{vp} – Ploščina preseka vesoljskega plovila

Sedaj lahko zapišemo silo, ki deluje na vesoljsko plovilo zaradi gibanja v tekočini.

$$F_u \approx \left(\frac{1}{2} \rho v^2\right) S_{vp}$$

Enačba 21: Enačba za izračun sile s katero tekočina deluje na telo.

Pri čemer je:

- F_u - sila upora
- v - hitrost vesoljskega plovila

Za natančnejši izračun sile upora v dobljen izraz vpeljemo še koeficient upora (C_u). Tako dobimo:

$$F_u = \frac{1}{2} C_u \rho v^2 S_{vp}$$

Enačba 22: Enačba za izračun sile upora.

Pri čemer je:

- C_u - koeficient upora

Enačbo, katero smo dobili imenujemo kvadratni zakon upora, ki je tako poimenovan zaradi dejstva, da je sila upora odvisna od kvadrata hitrosti.

(PeF, 2007, <http://www.studenti.pef.upr.si...> ; National, Bernoulli's equation, 2012, <http://exploration.grc.nasa.gov...>)

2.1.3. Gravitacijska sila

Gravitacijska sila je sila, ki nastane zaradi gravitacijske privlačnosti med zemljo in vesoljskim plovilom. Gravitacijska sila nam je verjetno tudi najbližja izmed vseh drugih, saj se z njo zavedno srečujemo vsak dan. V nasprotju z prej naštetimi silami (upor, pogonska sila) je gravitacijska sila, ki lahko deluje tudi brez neposrednega stika dveh teles (vesoljko plovilo ne rabi biti v neposrednem stiku z zemljo).

To silo je že pred tristoletimi leti opisal Newton. Opazil je da je sila s katero se dve telesi privlačita premo-sorazmerna produktu njunih mas in obratno sorazmerna kvadratu razdalje med njima. To lahko zapišemo z formulo:

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r_t^2}$$

Enačba 23: Enačba prikazuje splošni gravitacijski zakon:

V našem primeru velja:

$$F_g = G \frac{m_{vp} m_Z}{r^2}$$

Enačba 24: Enačba za izračun gravitacijske sile

Pri čemer je:

- G - gravitacijska konstanta ($G = 6,67 \times 10^{-11}$)
- F_g - sila teže (gravitacijska sila)
- m_1 - masa prvega telesa
- m_2 - masa drugega telesa
- r_t - oddaljenost med težiščema dveh opazovanih objektov
- m_{vp} - masa vesoljskega plovila
- m_Z - masa Zemlje
- r - oddaljenost vesoljskega plovila od središča Zemlje

(National, 2012, The weight equation, <http://exploration.grc.nasa...>)

2.2. *Delta-v*

Delta-v, ki je razlika med začetno in končno hitrostjo vesoljskega plovila se v astronomiji uporablja kot mera za zmogljivost vesoljskih plovil. Dobimo ga kot rešitev Tsiolkovsky-jeve enačbe:

$$\Delta v = v_i \ln \frac{m}{m_0}$$

Enačba 25: Tsiolkovsky-jeva enačba, ki opisuje gibanje vesoljskega plovila

Pri čemer je:

- Δv - delta-v
- v_i - hitrost izpusta pogonskih plinov
- m - masa vesoljskega plovila in goriva
- m_0 - masa praznega vesoljskega plovila in tovora

Opazimo lahko, da je enačba Tsiolkovsky-ega logaritemska, kar je posledica tega, da vesoljsko plovilo ob izstrelitvi s seboj nosi tudi maso samega goriva. Tipičen delta-v za izstrelitev vesoljskega plovila v LEO (Low Earth Orbit) je $9,3 \cdot 10^{\frac{km}{s}}$.

(Wikipedia, 2012, http://en.wikipedia.org/wiki/Tsiolkovsky_rocket_equation; Clark, 2013, <http://physics.clarku...>)

2.3. *Specifični impulz*

Specifični impulz je fizikalna količina, merjena v sekundah, ki se uporablja kot mera za zmogljivost raketnega motorja. Velikost specifičnega impulza vpliva na velikost potisne sile.

$$F_p = I_{sp} g_0 \Phi_m$$

Enačba 26: Izračun potisne sile iz specifičnega impulza

Tipičen specifični impulz sodobnih raket se giblje med 300s in 500s. (National, 2012, Specific impulse, <http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/specimp.html>; Wikipedia, 2012, Specific impulse, http://en.wikipedia.org/wiki/Specific_impulse)

3. RAZISKAVA IZSTRELJEVANJA VESOLJSKEGA PLOVILA IZ RAZLIČNIH VIŠIN

V literaturi sem poiskal podatek za ceno goriva, ki se uporablja za polete v vesolje. Ugotovimo lahko, da je cena goriva okoli 200 000\$ (Wikipedia, 2013, Falcon 9, http://en.wikipedia.org/wiki/Falcon_9) polet, kar je glede na ceno celotnega projekta relativno malo. Ugotovimo pa lahko, da se ob zmanjšanju rezervoarja za gorivo zmanjšajo tudi ostali stroški, kot so cena materiala, cena izstrelitvene ploščadi, pridobimo pa predvsem prostor za tovor. Morda najpomembnejši razlog za uporabo svojega projekta (ARLS) pa lahko najdemo prav v dejstvu, da bi s pomočjo ARLS-ja lahko drastično zmanjšali porabo goriva za pogon vesoljskih plovil in ceno izdelave takšnih plovil in tako močno pripomogli k zmanjšanju izpušnih sredstev, ki so po večini okolju zelo škodljive snovi.

Ker enačba, ki opisuje gibanje vesoljskega plovila pri potovanju skozi atmosfero analitično ni rešljiva, jo je potrebno reševati z računalniškim programom. Sam sem podatke za spremembo delta-v in učinkovitost raketnega motorja našel v literaturi.

3.1. Vpliv sile upora

V uvodnem delu naloge sem predpostavil, da sila upora odločilno vpliva na količino porabljene energije za izstop vesoljskega plovila iz atmosfere. Atmosfero sem definiral kot območje med zemeljskim površjem in Karmanovo linijo.

Karmanova črta (linija) se nahaja na višini 100 kilometrov nad morsko gladino in je pogosto uporabljena, kot črta, ki loči našo atmosfero od vesolja. Med drugim je bila ta meja sprejeta tudi pri Fédération Aéronautique Internationale – FAI, ki določa mednarodne standarde za aeronavtiko in astronavtiko.

(Wikipedia, 2013, Kármán line, http://en.wikipedia.org/wiki/K%C3%A1rm%C3%A1n_line)

Poskusimo lahko ugotoviti, kolikšen del energije se med letom porabi za premagovanje sile upora. Najbolj smiselno je silo upora primerjati z drugo silo, ki med letom zavira gibanje vesoljskega plovila – gravitacijsko silo. Iz enačb 22 in 24 lahko ocenimo kolikšen delež sile teže predstavlja sila upora.

$$delež = \frac{F_u}{F_g}$$

Enačba 27: Razmerje med silo upora in gravitacijsko silo

Za oceno maksimalnega deleža sile upora bom uporabil podatke iz literature za maksimalno silo upora pri poletu rakete Saturn V. Raketa je pri času 75s dosegla maksimalno silo upora približno 2000kN, pri tem času pa je imela maso okoli 2000ton. Če vstavimo ta podatka v enačbo 41, ugotovimo, da je v tej točki sila upora predstavljala okoli 10% gravitacijske sile.

Ker ocena velja samo za maksimalen delež sile upora, pričakujem, da bo zaradi mnogo večje mase vesoljskega plovila v realnosti ta odstotek še manjši.

3.2. *Vpliv gravitacijske sile*

V tem poglavju bom raziskal potrebno energijo za premagovanje gravitacijske sile in ocenil vpliv višine izstrelišča na le to.

Upoštevamo lahko, da je razdalja med vesoljskim plovilom in masnim središčem Zemlje enaka vsoti polmera Zemlje in oddaljenosti vesoljskega plovila od zemeljskega površja.

$$\Delta W_p = G \frac{m_{vp} m_z}{r_z + h} - G \frac{m_{vp} m_z}{r_z}$$

Enačba 28: Odvisnost gravitacijske potencialne energije potrebne, za izstrelitev v orbito od višine izstrelišča

Pri čemer je:

- r – polmer orbite
- r_z - polmer zemlje
- h – višina izstrelišča vesoljskega plovila
- ΔW_p - energija potrebna za izstrelitev vesoljskega plovila iz višine h na neskončno oddaljenost

Odvisnost energije, ki jo potrebujemo, da premagamo vpliv zemeljske gravitacije od oddaljenosti vesoljskega plovila od zemeljskega površja je obratna in iz enačbe je zelo jasno razvidno, da bi za signifikantno spremembo energije potrebne za premagovanje zemeljske privlačnosti vesoljska plovila morali izstreljevati iz višine primerljive z zemeljskim polmerom, kar seveda ni izvedljivo za tako masivno vesoljsko plovilo, katerega cilj je preboj v vesolje.

3.3. *Odvisnost učinkovitosti raketnega motorja od višine*

V literaturi (Space, 2003, <http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa...>) najdemo podatek, da se učinkovitost raketnega motorja spreminja z višino. Višja višina izstrelišča vpliva na boljši izkoristek raketnega motorja. Odvisnost relativne spremembe specifičnega impulza ($\delta(I_{sp})$) vesoljskega plovila od višine izstrelišča prikazuje Tabela 1.

h [km]	$\delta(I_{sp})$ [%]
0	-
5	4,70
10	8,70
15	12,25
20	15,40
25	18,22

Tabela 1: Odvisnost relativne spremembe specifičnega impulza od višine izstrelitve.

Pri tem je $\delta(I_{sp})$ definiran kot razmerje med spremembo specifičnega impulza in začetnim impulzom.

$$\delta(I_{sp}) = \frac{\Delta I_{sp}}{I_{sp}}$$

Enačba 29: relativna sprememba impulza

Iz tabele je razvidno, da se z večanjem višine izstrelišča izboljšuje učinkovitost raketnega motorja, posledično pa lahko vesoljsko plovilo dosega enake višine z manj pogonskega goriva.

3.4. *Izgube delta-v zaradi upora*

Ker sila upora telesu jemlje energijo, se posledično poveča delta-v potreben za izstrelitev vesoljskega plovila na določeno višino. Z izstreljevanjem plovil iz višje nadmorske višine dosežemo manjše izgube, tako da so delta-v potrebni za izstrelitev vesoljskih plovil na določeno višino manjši. Odvisnost relativnega zmanjšanja delta-v v odvisnosti od višine izstrelišča prikazuje tabela 2 (Space, 2003, <http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa...>).

h [km]	$\delta(\Delta v)$ [%]
0	-
5	0,30
10	0,94
15	1,24
20	1,39
25	1,46

Tabela 2: Odvisnost zmanjšanja potrebnega delta-v za izstrelitev vesoljskega plovila na določeno višino zaradi manjšega vpliva sile upora v odvisnosti od višine izstrelišča

Pri tem je relativna sprememba delta-v ($\delta(\Delta v)$) definirana kot razmerje med spremembo delta-v in delta-v za izstrelitev iz zemeljskega površja.

$$\delta(\Delta v) = \frac{\Delta(\Delta v)}{\Delta v}$$

Enačba 30: Relativna sprememba delta-v

3.5. *Poraba goriva*

Za izračun prihranka goriva v odvisnosti od višine izstrelišča sem uporabil Tsiolkovsky-jevo enačbo zapisano s specifičnim impulzom.

$$\Delta v = I_{sp} g_0 \ln \left(\frac{m_0 + m_g}{m_o} \right)$$

Enačba 31: Tsiolkovsky-jeva enačba

Pri čemer je:

- m_g – masa goriva
- Δv - razlika med začetno in končno hitrostjo vesoljskega plovila
- I_{sp} - specifični impulz raketnega motorja
- g_0 - gravitacijski pospešek

Iz enačbe lahko izrazimo maso goriva:

$$m_g = m_0(e^{\frac{\Delta v}{I_{sp}g_0}} - 1)$$

Enačba 32: Enačba za izračun mase goriva

Enačba 50 nam opiše porabo goriva za izstrelitev vesoljskega plovila. To pomeni, da lahko z odštevanjem od zgoraj dobljenega rezultata dobimo prihranek goriva za poljubno višino izstrelitve.

$$\Delta m_g = m_g(h=0) - m_g = m_0(e^{\frac{\Delta v(h=0)}{I_{sp}g_0}} - e^{\frac{\Delta v}{I_{sp}g_0}})$$

Enačba 33: Enačba za izračun prihranka goriva pri izstrelitvah iz različnih višin

Pri čemer je:

- Δm_g - prihranek goriva
- $\Delta v(h=0)$ - delta-v potreben za izstrelitev iz zemeljskega površja

Če združimo enačbi 32 in 33 lahko dobimo enačbo za izračun relativnega zmanjšanja teže goriva.

$$\delta(m_g) = \frac{\Delta m_g}{m_g} = \frac{e^{\frac{\Delta v(h=0)}{I_{sp}g_0}} - e^{\frac{\Delta v}{I_{sp}g_0}}}{e^{\frac{\Delta v(h=0)}{I_{sp}g_0}} - 1}$$

Enačba 34: Enačba za izračun relativne spremembe mase goriva

Če v enačbo 34 vstavimo še izražavi iz enačb 29 in 30 lahko z malo preoblikovanja enačbo 34 zapišemo na sledeč način:

$$\delta(m_g) = 1 - \frac{e^{\frac{\Delta v(h=0)}{I_{sp}g_0}} \times \frac{1 - \delta(\Delta v)}{1 + \delta(I_{sp})} - 1}{e^{\frac{\Delta v(h=0)}{I_{sp}g_0}} - 1}$$

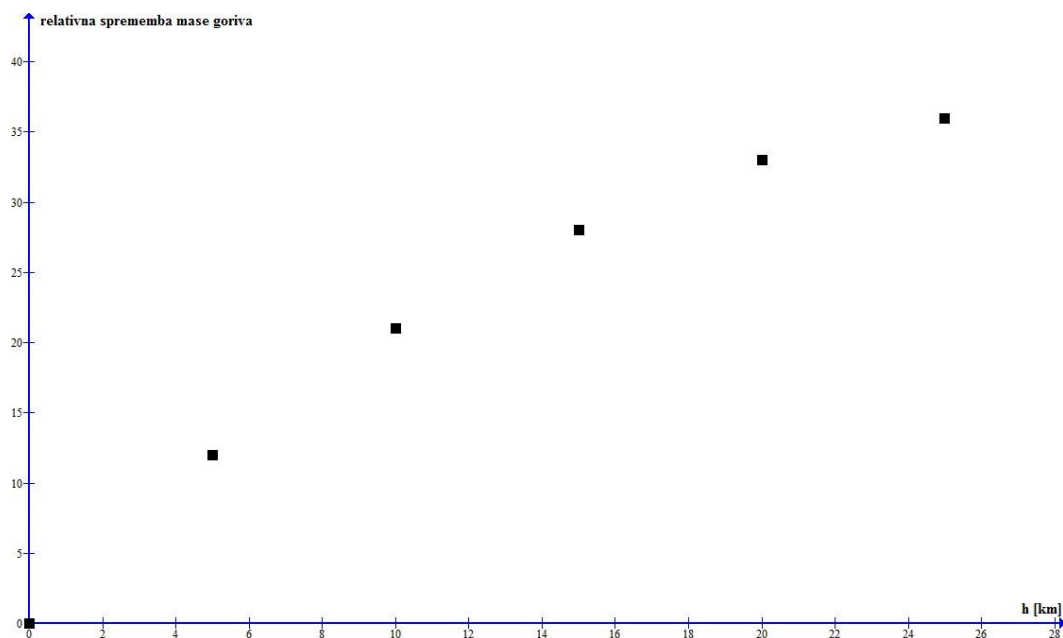
Enačba 35: Enačba za izračun relativne spremembe mase goriva

Če sedaj pogledamo izstrelitev rakete Saturn V v LEO (okoli 2000km) in vstavimo podatke za specifičen impulz (421s) in potreben Δv (10km/s), lahko izračunamo prihranek goriva za vsako izmed višin v tabelah 1 in 2.

h [km]	$\delta(m_g)$ [%]
0	-
5	12
10	21
15	28
20	33
25	36

Tabela 3: Odvisnost prihranka goriva od višine izstrelišča

Opazimo lahko, da se poraba goriva občutno zmanjša že ob izstrelitvi iz človeku dosegljivih višin. Relativno spremembo mase goriva prikazuje slika 4.



Slika 4: Odvisnost relativne spremembe mase goriva od višine izstrelišča

3.6. Masa tovora

Relativno spremembo mase tovora in prazne rakete lahko podobno kot v prejšnjem poglavju izrazimo in Tsiolkovsy-jeve enačbe. Maso tovora in prazne rakete dobimo kot

$$m_0 = \frac{m_g}{\left(e^{\frac{\Delta v}{I_{sp} g_0}} - 1\right)}$$

Enačba 36: Enačba za izračun mase tovora in prazne rakete

Če predpostavimo, da bomo raketo izstreljevali vedno z enako maso goriva, dobimo spremembo mase tovora in prazne rakete pri izstrelitvi iz višine h .

$$\Delta(m_0) = m_g \left(\frac{1}{\left(e^{\frac{\Delta v}{I_{sp} g_0}} - 1 \right)} - \frac{1}{\left(e^{\frac{\Delta v(h=0)}{I_{sp} g_0}} - 1 \right)} \right)$$

Enačba 37: Enačba za izračun spremembe mase tovora in prazne rakete pri izstrelitvah iz različnih višin

Pri čemer je:

- $\Delta(m_0)$ - razlika mase tovora in prazne rakete pri izstreljevanju iz višje nadmorske višine

Sedaj lahko definiramo relativno spremembo mase tovora in prazne rakete kot razmerje med spremembo mase tovora in prazne rakete in začetno maso tovora in prazne rakete.

$$\delta(m_0) = \frac{\Delta(m_0)}{m_0}$$

Enačba 38: Relativna sprememba mase tovora in prazne rakete

Pri čemer je:

- $\delta(m_0)$ - relativna sprememba mase tovora in prazne rakete

Ko vstavimo v enačbo 38 enačbo 37 in izražavi in enačb 29 in 30, po preoblikovanju dobimo enačbo za izračun relativne spremembe mase tovora in prazne rakete.

$$\delta(m_0) = \frac{e^{\frac{\Delta v(h=0)}{I_{sp} g_0}} - e^{\frac{\Delta v(h=0)}{I_{sp} g_0}} \times \frac{1 - \delta(\Delta v)}{1 + \delta(I_{sp})}}{e^{\frac{\Delta v(h=0)}{I_{sp} g_0}} \times \frac{1 - \delta(\Delta v)}{1 + \delta(I_{sp})} - 1}$$

Enačba 39: Enačba za izračun relativne spremembe mase tovora in prazne rakete pri izstrelitvah iz različnih višin

Ko v enačbo vstavimo podatke, dobimo odvisnost relativne spremembe mase tovora in prazne rakete od višine izstrelišča.

h [km]	$\delta(m_0)$ [%]
0	-
5	14
10	27
15	38
20	45
25	57

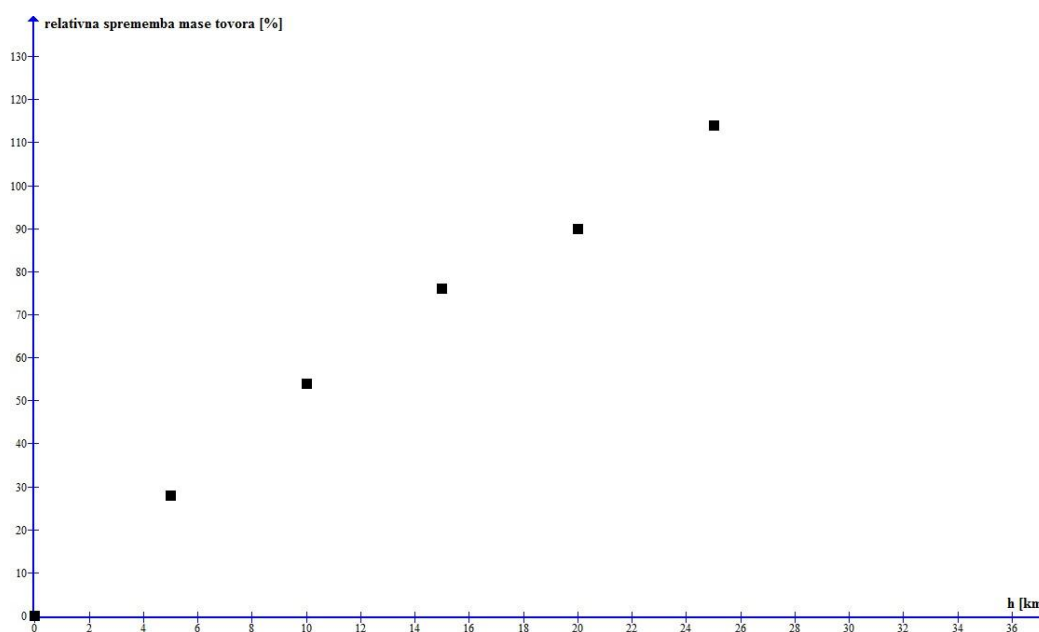
Tabela 4: Odvisnost spremembe mase tovora in prazne rakete od višine izstrelišča

Za raketo Saturn V najdemo podatek, da ima masa rakete enako maso kot tovor. Če predpostavimo, da se vesoljsko plovilo ne rabi spremenit za nošenje tovora, lahko izračunamo relativno spremembo mase tovora.

h [km]	$\delta(m_t)$ [%]
0	-
5	28
10	54
15	76
20	90
25	114

Tabela 5: Odvisnost spremembe mase tovora od višine izstrelišča

Odvisnost relativne spremembe mase tovora od višine izstrelišča nam prikazuje slika 5.



Slika 5: Odvisnost relativne spremembe mase tovora od višine izstrelišča

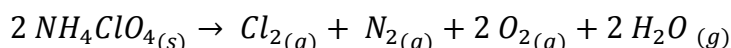
3.4 OKOLJSKA PROBLEMATIKA IZSTRELJEVANJA VESOLJSKIH PLOVIL

Delež celotne mase goriva in celotne mase vesoljskega plovila se v raketah tipično giblje med 0,8 in 0,9. Definiran je kot razmerje med maso goriva in maso vesoljskega plovila. Količino porabljenega goriva za izstrelitev satelita v zemljino orbito, nam prikazuje slika 5.

V vesoljskem inženirstvu seveda strmimo k čim manjšemu razmerju med maso goriva in maso celotnega vesoljskega plovila, saj bi to pomenilo, da lahko vesoljsko plovilo prenese več tovora v vesolje. Prav tako pa bi majhen delež pomenil da je raketa zasnovana tako, da na njo vpliva čim manjša sila upora.

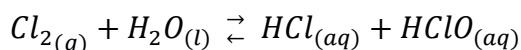
Če pogledamo primer rakete Saturn V, lahko ugotovimo, da ima okoli 3000000kg, kar pomeni, da je masa porabljenega goriva med 2400000kg in 2700000kg, kar za naš planet predstavlja ogromno onesnaženje. Prav tako si lahko ogledamo Zraven tega se dodaten okoljski problem pojavi pri izdelavi raket, ki bi bile ob bolj učinkoviti izstrelitvi manjše in zato bolj okolju prijazne tudi iz vidika njihove izdelave.

Najpogosteje uporabljeno raketno gorivo APCP (amonijev perklorat), ki ima kemijsko formulo NH_4ClO_4 , pri kemijski reakciji, ki omogoča pogon vesoljskega plovila, med drugim razpada na ogljikov dioksid, dušik, kisik in klor, ki takoj ob naslednjih padavinah reagira z vodo in se tako zelo hitro pretvori v tako imenovano klorovodikovo kislino (solno kislino)-HCl in klorovo (I) kislino (po uradnem IUPAC-ovem poimenovanju pa hipoklorova kislina)-HClO. To prikazujeta spodnji kemijski enačbi.



Enačba 40: Kemijska enačba nam prikazuje v kaj reagira APCP (amonijev perklorat).

Vendar klor in voda reagirata in tako tvorita klorovodikovi kislini in klorovo (I) kislino tako, kot prikazuje slika.



Enačba 41: Kemijska enačba prikazuje kako klor reagira v vodi. Pri tem nastaneta dve vrsti klorovih kislin – klorovodikova kislina in klorova (I) kislina (po uradnem IUPAC-ovem poimenovanju pa hipoklorova kislina).

Klorovodikova kislina je ena najmočnejših kislin, ki jih poznamo in jo med drugim zasledimo v človeškem želodcu, kjer pomaga pri razgrajevanju (demineralizaciji) snovi. Ta kislina pa ima zelo fatalne posledice za okolje, saj ob naslednjih padavinah, močno korozivna vodikova kislina, pade nazaj na zemljo v obliki kislega dežja in tako poškoduje zelo drago opremo za izstreljevanje (lanciranje) vesoljskih plovil. Najhujša posledica APCP-ja pa je seveda dejstvo, da klorovodikova kislina zastrupi tudi okoliško vodovje in tako ogroža življenja okoliškega prebivalstva, ter posledično tudi okoliško Floro in favno. To pa je seveda nedopustno in zato verjamem, da bi moj predlog bil vsekakor vreden implementacije.

(Wikipedia, 2013, <http://en.wikipedia.org/wiki/Ammonium...> ; SMRDU, Andrej. Kemija. Snov in spremembe 2: učbenik za kemijo v 2. letniku gimnazije. 3. izdaja po učnem načrtu iz leta 2008. Ljubljena: Jutro, 2010. ISBN 978-961-6746-22-9.

4. IDEJE ZA TEHNOLOŠKO IMPLEMENTACIJO ARLS

Poenostavljeno bi lahko dejali, da je ARLS izstrelitvena ploščad, ki bi jo pritrdili na balon ali kakšno drugo sredstvo, ki bi nam omogočilo, da bi lahko vesoljsko plovilo lahko izstreljevali iz višje višine, kar bi seveda posledično pomenilo, da bi zmanjšali količino škodljivih izpuhov, zmanjšali bi izgubo energije na račun upora in gravitacijske energije. Iz praktičnih razlogov bi balone namestil pod samim plovilom, da ga ne bi oviralo med vzletom.

Zato se mi zdi smiselno, da bi bil sestavljen iz enakih materialov, kot izstrelitvena ploščad. Izstrelitvena ploščad pa je običajni večinoma zgrajena iz z jeklom okrepljenega betona, ki pa ima po mojih podatkih največjo gostoto okoli $2800 \frac{kg}{m^3}$. Celotna Izstrelitvena ploščad ima maso od okoli 600 ton (600 000 kg) in volumen, ki obsega okoli $52\ 000\ m^3$. (Concrete, 2005, http://www.concut.com/ps_launchpad.htm)



Slika 6: Na sliki je prikazana izstrelilna ploščad, ki se uporablja za zelo pogosto uporabljeno raketo delta II (fine art america, 2010, <http://fineartamerica.com...>).

Sistem za izstreljevanje raket iz višjih višin je v realnosti skoraj nemogoče pričakovati v bližnji prihodnosti. ARLS je po sestavi in zahtevnosti izvedbe veliko bolj primeren za lažje izstrelitve satelitov, ki se dan danes zaradi ekonomske učinkovitosti izvajajo s pomočjo raket, ki v orbito prenesejo več satelitov.

ARLS v bi naj v osnovi deloval s pomočjo balonov, ki bi celotno napravo pripeljali do ustrezne višine. Problem se pojavi predvsem pri izbiri polnila teh balonov, saj se nam poraja vprašanje ali naj napolnimo balone z vodikom ali z helijem, saj imata oba tako slabe, kot tudi zelo dobre karakteristike. Vodik je vsekakor najlažji zemeljski element in je zelo lahko dostopen. Njegova pomanjkljivost je predvsem njegova vnetljivost, ki ob visoki temperaturi raketnega izpuha predstavlja ne-obhodno težavo. Ta lastnost pa je bil v preteklosti že mnogokrat izpostavljena, med drugim v zelo znani nesreči cepelina Hindenburg. Zato je vodik zelo neprimeren za človeške odprave. Helij, pa je na drugi strani, relativno redek in je tudi dražji od vodika, vendar je zaradi svoje nevnetljivosti dosti bolj primeren za človeške odprave. Helij je težji od vodika, to pa ima za posledico dejstvo, da z njim lahko transportiramo v povprečju pol krat manj, kot pri vodik. To lahko pojasnimo z dejstvom, da ima helij atomsko maso $4 \frac{kg}{kmol}$, vodik pa $1 \frac{kg}{kmol}$, vendar moremo upoštevati

dejstvo, da je plinasti vodik dvo-atomen plin, zato ima vodik v plinastem agregatnem stanju molsko maso $2 \frac{kg}{kmol}$, to pa je za polovico manjše od helijeve atomske mase.

Potrebno je tudi omenjati, da se dejanska sposobnost dviganja pri obeh plinih odvisna od temperature, vlage in pritiska. (Airships, 2009, <http://www.airships.net...>)

Sprva sem želel raziskati možnost obstoja kakšne ne-eksplozivne mešanice med helijem in vodikom, zato sem se posvetoval s profesorico za kemijo, ki pa mi je povedala, da je vodik tako reaktiven, da bi v vsaki mešanici ostal zelo eksploziven.

Zato bi predlagal, da se nosilni baloni ARLS polnijo s helijem, segretim na določeno temperaturo. S pomočjo plinskega zakona lahko ugotovimo, da bi bil rezultat segrevanja helija večanje volumna nosilnega balona ARLS, s tem pa tudi večanje sile vzgona.

$$pV = nRT$$

Enačba 42: Prikazana je plinska enačba

Ob predpostavki, da je število delcev in s tem posledično tudi množina snovi konstantna in ob dejstvu, da je plinska konstanta R konstantna lahko plinsko enačbo zapišemo kot:

$$\frac{pV}{T} = konst. \quad \text{oziroma kot:} \quad \frac{pV}{T} = \frac{p_0V_0}{T_0}$$

Enačba 43: Enačba prikazuje spremenjeno plinsko enačbo.

Prav tako lahko predpostavimo, da se tlak znotraj balona drastično ne spreminja, kar se vso delo, ki ga pridobimo z višanjem temperature (posledično tudi višanje kinetične energije) porabi za večanje volumna (prostornine) balona. Iz tega sledi, da govorimo o izobarni spremembi. Zato lahko zgornjo enačbo zapišemo v slednji obliki:

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}$$

Enačba 44: Enačba predstavlja izobarno spremembo.

Pri čemer je:

- p – tlak
- V - volumen (prostornina)
- n – množina snovi
- R – plinska konstanta (8314)
- T – temperatura
- p_0 - začetni tla
- V_0 - začetni volumen (prostornina)
- T_0 - začetna temperatura

Iz zgornje enačbe torej lahko zasledimo dejstvo, da je volumen (prostornina) premo-sorazmerna s temperaturo. To pomeni, da bi ob dovoljšnjem zvišanju temperature lahko dosegli velike sile vzgona.

Kljub temu se izstreljevanje vesoljskih plovil s sistemom ARLS zdi težje izvedljivo, saj bi bil volumen balona, ki je potreben za dvig vesoljskega plovila precej velik.

(New, 1974, http://books.google.si/books?id=XAU4aZVrYv4C&pg=PA525&lpg=PA525&dq=lift+of+hot++helium&source=bl&ots=ROyrVVxIsp&sig=K-6qN614CPb_9wTSA-XNZOib_N0&hl=sl&sa=X&ei=rysOUfOBLYrjtQbSvoD4AQ&ved=0CEYQ6AEwAg#v=onepage&q=lift%20of%20hot%20helium&f=false stran 525)
(Newton, 2012, <http://www.newton.dep.anl.gov...>)

5. DISKUSIJA

Pri svoji raziskovalni nalogi sem bil zaradi njene teoretične narave prisiljen uporabljati veliko spletnih virov, katere sem izbiral z veliko mero kritičnosti, primerjal pa sem tudi več različnih virov. V svoji raziskovalni nalogi sem raziskal odvisnost mase goriva potrebne za izstrelitev vesoljskega plovila in mase tovora, katerega lahko izstreljemo z določeno količino goriva iz različnih višin. Problema sem se lotil teoretično, saj bi bil praktična izvedba raziskovalna naloga iz ekonomskega vidika neizvedljiva. Postavil sem teoretični uvod, na podlagi katerega sem gradil matematični model, s katerim sem opisal izstreljevanje vesoljskih plovil iz različnih višin.

Ugotovil sem, da je izstreljevanje iz različnih višin zelo učinkovit način za zmanjševanje potrebne količine pogonskih goriv. Že ob relativno majhnih višinah, ki so dosegljive že s sedanjo tehnologijo lahko občutno zmanjšamo maso pogonskih goriv. V kolikor se odločimo za enako količino goriva, kot jo uporabljamo trenutno pa lahko s trenutno uporabljano količino z izstrelitvijo iz višjih nadmorskih višin (20km) količino tovora povečamo celo za faktor 2, kar bistveno pripomore k ekonomski učinkovitosti (prihranimo več deset milijonov dolarjev) in ekološki prijavnosti izstreljevanja vesoljskih plovil, saj z zmanjšanjem porabe pogonskega goriva močno prispevamo tudi k zmanjšanju naravi neprijaznih izpustov (klorovodikove kisline), to pa je ključnega pomena za kakovost naših življenj in kakovost življenja prihodnjih generacij, ki bodo živele na Zemlji. Ugotovil sem tudi, da nadmorska višina bistveno vpliva na specifični impulz in posledično na učinkovitost vesoljskega plovila, prav tako pa tudi na potrebno delta-v.

Med pripravo raziskovalne naloge sem ovrigel večino svojih hipotez. Ugotovil sem, da ni realno pričakovati, da bomo lahko kadarkoli izstreljevali vesoljska plovila z uporabo sistema ARLS, saj je nosilnost kakršnih koli balonov občutno premajhna.

Ovrigel sem tudi svojo drugo hipotezo, saj se večina potisne sile porabi za premagovanje gravitacije in pridobivanje hitrosti. Sila upora predstavlja manj kot 10% gravitacijske sile. Z izstreljevanjem iz velike višine se za silo upora res potroši manj energije, logaritemska narava raketne enačbe pa se odraža v tem, da se sila upora močno odraža na masi goriva in tovora. Ugotovil sem, da se ARLS ekonomsko splača, saj je izstrelitev mnogo učinkovitejša, zaradi tega pa je tudi okolju mnogo prijaznejša.

Rezultati, ki sem jih dobil v okviru svoje raziskovalne naloge so smiselni in se ujemajo z literaturo. Eksperimentalnih podatkov iz tega področja nisem zasledil. Očitno je, da je ideja ARLS-ja uporabna tako iz ekonomskega, kot tudi iz ekološkega vidika

Kljub tehnološkim omejitvam sem mnenja, da lahko z uspešno implementacijo ideje ARLS uspešno izstreljuje satelite v zemljine orbite, kljub temu pa menim, da nas do izstreljevanja vesoljskih plovil v vesolje loči še veliko časa.

Med pripravo raziskovalne naloge sem se srečal s številnimi problemi, na katere v sklopu svoje naloge nisem mogel odgovoriti predvsem zaradi matematične zahtevnosti in ambicioznosti izbrane teme. Iz mojih hipotez je prav tako očitno, da sem sumil, da obstaja neka odvisnost količino porabljene energije od višine izstrelišča vesoljskega plovila. Vsekakor predlagam nadaljnje raziskovanje v smeri iskanja primernih naravnih izstrelišč (dovolj blizu ekvatorju z namenom doseganja čim večje začetne hitrosti), možnosti izstrelitve satelitov iz gibajočega se sistema (lansirno letalo) in raziskavi implementacije izstreljevanja vesoljskih plovil z namenom preboja v vesolje iz različnih višin.

6. ZAKLJUČEK

V svoji raziskovalni nalogi sem raziskal odvisnost mase goriva potrebne za izstrelitev vesoljskega plovila in mase tovora, ki ga lahko prenesemo v vesolje iz različnih višin. Problema sem se lotil teoretično. Postavil sem teoretični uvod, na podlagi katerega sem gradil matematični model, s katerim sem opisal izstreljevanje vesoljskih plovil iz različnih višin.

Ugotovil sem odvisnost delta-v od, mase goriva potrebnega za lansiranje satelita in specifičnega impulza od višine izstrelišča. Prav tako sem ugotovil maso tovora, ki ga lahko lansiramo v orbito iz različnih višin. Ugotovil sem, da ARLS ni primeren za izstreljevanje večjih vesoljskih plovil. Raziskal sem tudi ekološki aspekt zmanjšanja porabe goriva. Potrdil sem hipotezi, ki sta se nanašali na učinkovitost ARLS-ja, ugotovil sem namreč, da se ARLS tako ekonomsko kot ekološko splača.

Vsekakor lahko povem, da mi je raziskovalna naloga predstavljala velik izziv, saj sem se spoprijemal z zahtevnimi in meni zanimivimi enačbami, ki so mi vsekakor vzbudile željo po raziskovanju in tudi nadaljnjemu študiju fizike. Mislim pa tudi, da je takšna snov zelo pomembna tudi za izobraževalni program na področju šolstva in splošne javnosti.



Slika 7: prikazuje izstrelitev največje operativne rakete Delta IV (Space, 2012: <http://www.space.com...>)

7. VIRI

1. Airships. 2009. [elektronski vir] Hydrogen vs Helium in Rigid Airship Operations. Dostopno na: <http://www.airships.net/helium-hydrogen-airships> (1.2.2013)
2. SMRDU, Andrej. Kemija. Snov in spremembe 2: učbenik za kemijo v 2. letniku gimnazije. 3. izdaja po učnem načrtu iz leta 2008. Ljubljena: Jutro, 2010. ISBN 978-961-6746-22-9.
3. Clark University. 2013. [elektronski vir] Time – varying mass system (rocket motion). Dostopno na: <http://physics.clarku.edu/courses/201/sreading/RocketMotionSol.pdf> (1.2.2013)
4. Concrete Cutting & Breking Co. 2005. [elektronski vir] Space Shuttle Launch Pad. Dostopno na: http://www.concut.com/ps_launchpad.htm (1.2.2013)
5. Cornell University Library. 2012. [elektronski vir] Some nonlinear second order equation modelling. Dostopno na: <http://arxiv.org/pdf/1212.5826.pdf> (1.2.2013)
6. Energy efficiency. 2006. [elektronski vir] How rockets work. Dostopno na: http://www.hk-phy.org/energy/transport/trans_phy05_e.html (30.1.2013)
7. J. Peraire, S. Widnall. Lecture L14 -Variable Mass Systems: The Rocket Equation . [elektronski vir] MIT. Jeseni 2008. Dostopno na: http://ocw.mit.edu/courses/aeronautics-and-astronautics/16-07-dynamics-fall-2009/lecture-notes/MIT16_07F09_Lec14.pdf (1.2.2013)
8. National Aerospace and Space Administration. 2012. [elektronski vir] Bernoulli's equation. Dostopno na: <http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/bern.html> (30.1.2013)
9. National Aerospace and Space Administration. 2012. [elektronski vir] Guided tours. Dostopno na: <http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/guided.htm> (prevzeto dne 26.2.2013)
10. National Aerospace and Space Administration. 2012. [elektronski vir] Newton's Second Law definitions. Dostopno na: <http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/newton2r.html> (30.12.2013)
11. National Aerospace and Space Administration. 2012. [elektronski vir] The Drag Equation. Dostopno na: <http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/drageq.html> (30.1.2013)
12. National Aerospace and Space Administration. 2012. [elektronski vir] Forces on a Rocket na: <http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/rktfor.html> (30.1.2013)

13. National Aerospace and Space Administration. 2012. [elektronski vir] The Weight Equation. Dostopno na: <http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/wteq.html> (30.1.2013)
14. National Aerospace and Space Administration. 2012. [elektronski vir] Combustion. Dostopno na: <http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/combst1.html> (30.1.2013)
15. National Aerospace and Space Administration. 2012. [elektronski vir] Function. Dostopno na: <http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/function.html> (30.1.2013)
16. National Aerospace and Space Administration. 2012. [elektronski vir] Scalars and Vectors. Dostopno na: <http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/vectors.html> (30.1.2013)
17. National Aerospace and Space Administration. 2012. [elektronski vir] Boundary layer. Dostopno na: <http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/boundlay.html> (30.1.2013)
18. National Aerospace and Space Administration. 2012. [elektronski vir]. Specific impulse. Dostopno na: <http://exploration.grc.nasa.gov/education/rocket/specimp.html> (30.1.2013)
19. Nauk.si. 2012. [elektronski vir] Linearni in kvadratni zakon upora. Dostopno na: <http://www.nauk.si/materials/4410/out/#state=2> (30.1.2013)
20. Newton. 2012. [elektronski vir]. Helium, Temperature, and Buoyancy. Dostopno na: http://books.google.si/books?id=XAU4aZVrYv4C&pg=PA525&lpg=PA525&dq=lift+of+hot++helium&source=bl&ots=ROyrVVxIsp&sig=K-6qN614CPb_9wTSA-XNZOib_N0&hl=sl&sa=X&ei=rysOUfOBLYrjtQbSvoD4AQ&ved=0CEYQ6AEwAg#v=onepage&q=lift%20of%20hot%20helium&f=false stran 525 (1.2.2013)
21. Rocket Science. 2012. [elektronski vir] Forces on a rocket. Dostopno na: <http://www.philsrockets.org.uk/forces.pdf> dne (29.1.2013)
22. Scribd. 2013. [elektronski vir] Basic Rocketry Aerodynamics. Dostopno na: <http://www.scribd.com/doc/22978906/Basic-Rocketry-Aerodynamics> (29.1.2013)
23. SMRDU, Andrej. Kemija. Snov in spremembe 2: učbenik za kemijo v 2. letniku gimnazije. 3. izdaja po učnem načrtu iz leta 2008. Ljubljena: Jutro, 2010. ISBN 978-961-6746-22-9.
24. Space technology & applications international forum. 2003.[elektronski vir] High altitude launch for a practical SSTO. Dostopno na: http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20030022661_2003025516.pdf (1.2.2013)
25. Space.com. 2012. [elektronski vir] Secret U.S. Spy Satellite Launches Into Orbit on Huge Rocket. Dostopno na: <http://www.space.com/9573-secret-spy-satellite-launches-orbit-huge-rocket.html> (1.2.2013)

26. Stuff.co.nz. 2012. [elektronski vir] Science. Dostopno na: <http://www.stuff.co.nz/science/6816830/Kiwis-send-balloon-to-edge-of-space> (3.2.2013 ob 7.57)
27. The Dynamics of Rocketry. 2008. [elektronski vir] Section 3: Classical Mechanics Approach. Dostopno na: <https://sites.google.com/site/srvasice/classicalmechanicsapproach> (20.1.2013)
28. TIME NewsFeed. 2012. [elektronski vir] Watch. Dostopno na: <http://newsfeed.time.com/2012/11/13/watch-five-guys-from-harvard-send-a-hamburger-into-space/> (dne 4.2. 2013)
29. Tomaž Kranjc. FIZIKA MEHANIKA. [elektronski vir] PeF Univerza na primorskem. Koper. 2007. Dostopno na: <http://www.studenti.pef.upr.si/~matejg/Fizika/Skripta%202008-9.pdf> (30.1.2013)
30. Univerza v Mariboru. 2008. [elektronski vir] Ekoinzenirstvo-GING. Dostopno na: http://iepoi.uni-mb.si/samec/Stud_gradivo/ekoinzenirstvo-GING.pdf (30.1.2013)
31. Wikipedia the free encyclopedia. 2013. [elektronski vir] Ammonium perchlorate composite propellant. Dostopno na: http://en.wikipedia.org/wiki/Ammonium_perchlorate_composite_propellant (1.2.2013)
32. Wikipedia the free encyclopedia. 2013. [elektronski vir] Delta-v. Dostopno na: http://en.wikipedia.org/wiki/Delta-v_budget (1.2.2013)
33. Wikipedia the free encyclopedia. 2013. [elektronski vir] Falcon 9. Dostopno na: http://en.wikipedia.org/wiki/Falcon_9 (1.2.2013)
34. Wikipedia the free encyclopedia. 2013. [elektronski vir] Kármán line. Dostopno na: http://en.wikipedia.org/wiki/K%C3%A1rm%C3%A1n_line (31.2.2013)
35. Wikipedia the free encyclopedia. 2013. [elektronski vir] Potential energy. Dostopno na: http://en.wikipedia.org/wiki/Potential_energy (31.1.2013)
36. Wikipedia the free encyclopedia. 2013. [elektronski vir] Rocket sled Launch. Dostopno na: http://en.wikipedia.org/wiki/Rocket_sled_launch (3.2.2013)
37. Wikipedia the free encyclopedia. 2013. [elektronski vir] Rocket. Dostopno na: <http://en.wikipedia.org/wiki/Rocket> (25.1.2013)
38. Wikipedia the free encyclopedia. 2013. [elektronski vir] Saturn V. Dostopno na: http://en.wikipedia.org/wiki/Saturn_V (25.1.2013)
39. Wikipedia the free encyclopedia. 2013. [elektronski vir] SkyCat. Dostopno na: <http://en.wikipedia.org/wiki/SkyCat> (dne 3.2. 2013 ob 5.47)

40. Wikipedia the free encyclopedia. 2013. [elektronski vir] Specific impulse. Dostopno na: http://en.wikipedia.org/wiki/Specific_impulse (30.1.2013)
41. Wikipedia the free encyclopedia. 2013. [elektronski vir] Delta - v. Dostopno na: <http://en.wikipedia.org/wiki/Delta-v> (1.2.2013)
42. World Academy of Science, Engineering and Technology 2008. [elektronski vir] Forces on a rocket. Dostopno na: <https://www.waset.org/journals/waset/v22/v22-90.pdf> dne (31.1.2013)
43. Wikipedia the free encyclopedia. 2012. [elektronski vir]. Tsiolkovsky rocket equation. Dostopno na: http://en.wikipedia.org/wiki/Tsiolkovsky_rocket_equation (1.2.2013)