

Mladi za napredek Maribora 2014
31. srečanje

KAKO JE LOMNI KOLIČNIK ODVISEN OD KONCENTRACIJE SLADKORJA V VINU?

FIZIKA

Raziskovalna naloga

☺ | ~~WWW~~ P O P O Z O R J E

T ^ } q | ~~WWW~~ U Ü C Z Ö Ä Ö Ü P O E

¥ [| ~~WWW~~ Q P O Z O R J E U Ö U Ü

2014, Maribor

POVZETEK

Kvaliteta vin se določa predvsem glede na dva najpomembnejša faktorja: sladkost in prisotnost alkohola. Ta raziskovalna naloga zajema oba faktorja. Cilj naloge je najti korelacijo med koncentracijo in lomnim količnikom ter hkrati uporabiti znanje o optiki, da bi odgovorili na raziskovalno vprašanje: **Kako je lomni količnik odvisen od koncentracije sladkorja v vinu?** Eksperimentalno delo temelji na teoriji lomnega zakona in vsebuje metodo optične prizme ter laserja, čemur sledi uporaba geometrije. Eksperiment je razdeljen na tri dele. V prvem je izmerjen zgolj lomni količnik različnih vodnih koncentracij sladkorja, da bi ugotovili odvisnost lomnega količnika od koncentracije. V drugem delu je testiran vpliv alkohola v vodi na lomni količnik, saj je alkohol naslednji pomembni faktor, ki vpliva na lomni količnik. V zadnjem delu eksperimenta sta testirana dva vzorca vina. Njuna analiza temelji na predpostavkah iz prejšnjih dveh delov in dejstvu, da je temperatura ves čas eksperimenta konstantna. Ta raziskava ne prikazuje le dobre korelacije teorije in njene uporabnosti, temveč tudi vestno uporabo metode, saj rezultati niso samo natančni, ampak tudi zelo točni. Na podlagi dveh potrjenih hipotez - lomni količnik je premo sorazmeren s koncentracijo sladkorja in večji ob prisotnosti alkohola v vodi - je lahko raziskovalno vprašanje odgovorjeno: lomni količnik je premo sorazmeren s koncentracijo sladkorja v vinu. Poleg tega pa je vzorec vina z višjim lomnim količnikom slajši.

Ključne besede: lomni količnik, koncentracija, Snellov zakon, optična prizma, laser, sladkor

KAZALO VSEBINE

POVZETEK	2
KAZALO VSEBINE.....	3
KAZALO GRAFOV	5
KAZALO TABEL.....	6
KAZALO SLIK.....	7
1 UVOD.....	8
1.1 Tematski uvod	8
1.2 Cilj	8
1.3 Raziskovalno vprašanje	9
1.4 Hipotezi	9
2 TEORETIČNO OZADJE	10
2.1 Lom svetlobe.....	10
2.2 Snellov zakon/lomni zakon	11
2.3 Vpliv koncentracije na lomni količnik	12
3 EKSPERIMENT	14
3.1 Opis pripomočkov	14
3.2 Shematska ponazoritev	15
4 POSTOPEK.....	16
4.1 Priprava koncentriranih vodnih raztopin.....	16
4.2 Priprava 10 % raztopine etanola.....	17
4.3 Metoda merjenja	18
4.4 Princip merjenja	18
5 ZBIRANJE PODATKOV	25
5.1 Neobdelani podatki	25

5.2 Obdelani podatki.....	25
5.2.1 Relativne napake.....	25
5.2.2 y razdalja vodnih raztopin.....	27
5.2.3 y razdalja 10 % raztopine etanola	27
5.2.4 y razdalja vin.....	27
6 PREDSTAVITEV IN OBDELAVA PODATKOV	28
6.1 Predstavitev podatkov	28
6.1.1 Predstavitev podatkov vodnih raztopin.....	29
6.1.2 Predstavitev podatkov 10 % raztopine etanola	32
6.1.3 Predstavitev podatkov vzorcev vina	33
6.2 Analiza podatkov.....	34
6.2.1 Analiza vodnih raztopin.....	35
6.2.2 Analiza 10 % raztopine etanola	37
6.2.3 Analiza vzorcev vin	39
7 ZAKLJUČEK.....	41
8 ZAHVALA.....	43
9 BIBLIOGRAFIJA.....	44
DODATEK	46

KAZALO GRAFOV

Graf 1: 0 % koncentrirana vodna raztopina	29
Graf 2: 5 % koncentrirana vodna raztopina	29
Graf 3: 10 % koncentrirana vodna raztopina	30
Graf 4: 15 % koncentrirana vodna raztopina	30
Graf 5: 20 % koncentrirana vodna raztopina	31
Graf 6: 25 % koncentrirana vodna raztopina	31
Graf 7: 10 % raztopina etanola	32
Graf 8: Prvi vzorec vina	33
Graf 9: Drugi vzorec vina	33
Graf 10: Primerjava vodnih raztopin	35
Graf 11: Lomni količnik v odvisnosti s koncentracijo, trendna črta.....	36
Graf 12: Primerjava 10 % raztopine etanola in 0 % vodne raztopine.....	38
Graf 13: Primerjava vzorcev vin.....	39

KAZALO TABEL

Tabela 1: Različno koncentrirane vodne raztopine.....	16
Tabela 2: Neobdelani podatki	25
Tabela 3: Relativne napake vodnih raztopin.....	26
Tabela 4: Relativne napake etanola	26
Tabela 3: Koncentracije vodnih raztopin.....	27
Tabela 4: 10 % raztopina etanola.....	27
Tabela 5: Vzorca vina	27
Tabela 8: Lomni količniki vodnih raztopin	36
Tabela 9: Primerjava lomnega količnika 0 % vodne raztopine in 10 % raztopine etanola.....	38
Tabela 10: Lomni količnik vin.....	40

KAZALO SLIK

Slika 1: Lom svetlobe	11
Slika 2: Doma narejena optična prizma	14
Slika 3: Geometrija doma narejene prizme.....	14
Slika 4: Shematska ponazoritev	15
Slika 5: Metoda.....	18
Slika 6: Merjenje razdalje od centralne pozicije.....	19
Slika 7: Uporaba vektorjev	19
Slika 8: Kotna situacija	21
Slika 9: Podrobnejša ponazoritev slike 7	22
Slika 10: Eksperiment	24
Slika 11: Laserski žarek	34

Kratice, ki so uporabljene v tej raziskovalni nalogi

C_2H_6O – etanol

H_2O – voda

VR – vodna raztopina

SRN – skupna relativna napaka

1 UVOD

1.1 Tematski uvod

Jasno nočno nebo je posuto z neskončno zvezdami, če je Luna nevidna. Ko svetloba iz določenih zvest vstopi v zemljino atmosfero, se začne lomiti proti vertikali, saj prodira v gostejše plasti zraka. To je razlog, zakaj vidimo zvezde bližje zenita, kakor dejansko so. To je tako imenovani atmosferski lom svetlobe, ki je glavni povzročitelj, da je dan dve minuti daljši na zahodu in še dve na vzhodu. Do tega ne bi prišlo, če se ne bi svetloba lomila v atmosferi zaradi drugačne gostote zračnih plasti. Podoben primer tega pojava je opazovanje sončnega zahoda. Ko človeško oko opazuje sončni zahod, je sonce dejansko že pod horizontom. Torej človeško oko vidi samo sončeve lomljene žarke. (Kladnik, 1999)

Takšni pojavi so povezani z optiko, natančneje z lomom svetlobe v različnih medijih. Tega pojasnjuje lomni količnik, ki je razmerje med svetlobno hitrostjo v vakuumu in hitrostjo svetlobe v danem mediju (Fowles, 1975, str. 5). V omenjenem pojavu je lomni količnik odvisen od gostote zraka. Lahko zatorej dokažemo, da s spreminjanjem gostote določenega medija spreminjamo tudi lomni količnik? Sladkost in prisotnost alkohola sta med najpomembnejšimi faktorji za določitev kakovosti vin (Wendt, 2012). Zatorej ta raziskovalna naloga raziskuje vpliv koncentracije sladkorja na lomni količnik vina z uporabo metode optične prizme in laserja.

1.2 Cilj

Cilj te raziskovalne naloge je najti korelacijo med koncentracijo in lomnim količnikom. Torej z uporabo znanja o optiki ugotoviti, kako koncentracija vpliva na lomni količnik.

1.3 Raziskovalno vprašanje

Kako je lomni količnik odvisen od koncentracije sladkorja v vinu?

1.4 Hipotezi

H1: Lomni količnik je premo sorazmeren s koncentracijo sladkorja.

H2: Lomni količnik vode je večji ob prisotnosti alkohola.

2 TEORETIČNO OZADJE

Da bi razumeli, kako je lomni količnik odvisen od koncentracije sladkorja v vinu, je najprej potrebno razumeti nekaj teoretičnega ozadja. Najprej bo razložen lom svetlobe, nato Snellov zakon in nazadnje še vpliv koncentracije na lomni količnik.

2.1 Lom svetlobe

Kadar v geometrijski optiki svetloba pride do površine predmeta, se nekaj svetlobe odbije. Preostala svetloba prodre skozi predmet ali pa jo le-ta absorbira.

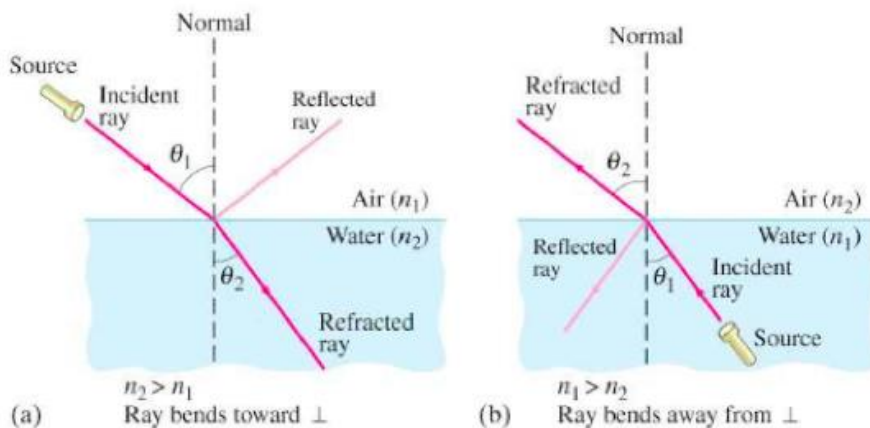
Moči loma različnih snovi se običajno ocenjujejo s primerjavo lomov, ki se zgodijo na njihovem površju v kontaktu z zrakom, ki ima v vsakem običajnem eksperimentu enako smiseln učinek kot vakuum ali prazen prostor; kadar sta vpadni in lomni kot zelo mala, je njuno sinusno razmerje vedno izraženo z razmerjem 1 proti specifični vrednosti, ki jo imenujemo količnik lomne gostote medija. /.../ tako lahko sklepamo, da je lomni količnik na površju dveh poljubnih medijev koeficient njunih ustreznih indeksov. (Young, 1807, str. 413)

Svetlobna hitrost je najvišja v vakuumu, kjer znaša $2.99792458 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ (Giancoli, 2005, str. 642), kar lahko zaokrožimo na $3.00 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ (Giancoli, 2005, str. 642). Razmerje med hitrostjo v vakuumu (c) in drugih medijih (v) predstavlja lomni količnik (n), ki ga je moč izračunati po naslednji formuli:

$$n = \frac{c}{v} \quad [2.1]$$

Kadar svetloba preide iz ene snovi v drugo z drugačnim lomnim količnikom, je nekaj vpadne svetlobe odbite na meji s površino telesa, medtem ko preostanek svetlobe vstopi v snov. Če vpadni kot svetlobnega žarka ni enak 90° , potem le-ta spremeni smer, ko vstopi v novo snov. Ta sprememba smeri se imenuje lom svetlobe.

Primer loma svetlobe je razvpit pojav slamice v kozarcu vode. Slamica je videti na površini zlomljena zaradi svetlobe, ki prehaja iz potopljenega dela slamice na dno kozarca in se zlomi na meji vode in zraka.



Slika 1: Lom svetlobe

(Giancoli, 2005)

Lom svetlobe je prikazan s sliko 1. V prvem primeru (a) se svetloba zlomi ko preide iz zraka v vodo. Lomni količnik vode je večji od lomnega količnika zraka. V drugem primeru (b) se svetloba zlomi ko preide iz vode v zrak.

Kot, ki je v sliki 1 označen z θ_1 , se imenuje vpadni kot, saj predstavlja kot, ki ga vpadni žarek naredi ob pravokotnici površine. Kot označen z θ_2 pa se imenuje lomni kot, saj predstavlja kot lomnega žarka ob pravokotnici površine.

2.2 Snellov zakon/lomni zakon

V skladu s Snellovin zakonom¹/lomnim zakonom je lomni kot odvisen od hitrosti svetlobe v dveh snoveh in od vpadnega kota. Le-to lahko zapišemo z enačbo 2.2 kjer θ_1 predstavlja vpadni kot, θ_2 lomni kot, n_1 in n_2 pa sta lomna količnika dveh različnih snovi.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad [2.2]$$

¹ Willebrord Snell (1591–1626) je bil nizozemski stronom in matematik, ki je eksperimentalno dokazal lomni zakon leta 1621.

Vpadni in lomni kot ležita na nasprotnih ravninah. Povezuje ju pravokotnica na to ravnino. Njuno sinusno razmerje je za dano snov konstantno in se imenuje lomni količnik, ki ga lahko zapišemo kot:

$$n = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \quad [2.3]$$

Najpogosteje je ena izmed snovi zrak zaradi česar lahko lomni količnik razumemo kot količnik kadar svetloba potuje iz zraka v neko drugo določeno snov. Ta količnik se imenuje absolutni lomni količnik, saj je do tisočinke enak lomnemu količniku snovi v primerjavi s pravim vacuumu.

2.3 Vpliv koncentracije na lomni količnik

Lomni količnik je ena izmed najpomembnejših optičnih lastnosti snovi in se pogosto uporablja v analitični kemiji za določitev koncentracije raztopin.

Drugačne vrste svetlobnega valovanja potujejo z drugačno hitrostjo. Hitrost pri kateri posamezne izboklie in vbokline širijo se imenuje fazna hitrost v_p , ki je pomembna za določitev kako svetlobni valovi potujejo skozi snov ali pa skozi en medij v drugega. To je pogosto ponazorjeno v obliki lomnega količnika, ki je definiran kot razmerje med c (hitrost svetlobe v vakuumu) in fazno hitrostjo v_p snovi: večji lomni količnik se pojavi pri manjši hitrosti. Lomni količnik snovi je odvisen tudi od frekvence svetlobe, intenzitete, polarizacije ali pa smeri širjenja; v večini primerov je lahko obravnavan zgolj kot konstanta, ki je odvisna od snovi. Lomni količnik zraka je približno 1.0003. Gostejše snovi kot so na primer voda, steklo in diamant imajo večje lomne količnike v območju vidne svetlobe. (Wikipedia Contributors, 2013)

Hitrost svetlobe v določeni snovi je obratno sorazmerna z njeno gostoto. (Smith, 1987, str. 72) Iz tega sledi, da je gostota snovi premo sorazmerna z lomnim količnikom kar pomeni, da se s povečanjem gostote istočasno poveča tudi lomni količnik. Hkrati pa je gostota funkcija temperature, ki je zelo pomemben faktor pri določevanju

lomnega količnika, a ker je bil eksperiment opravljen pri konstantni sobni temperaturi 24 stopinj Celzija, temperatura ne bo imela vpliva na pridobljene rezultate eksperimenta in jo lahko obravnavamo kot zanemarljivo spremenljivko.

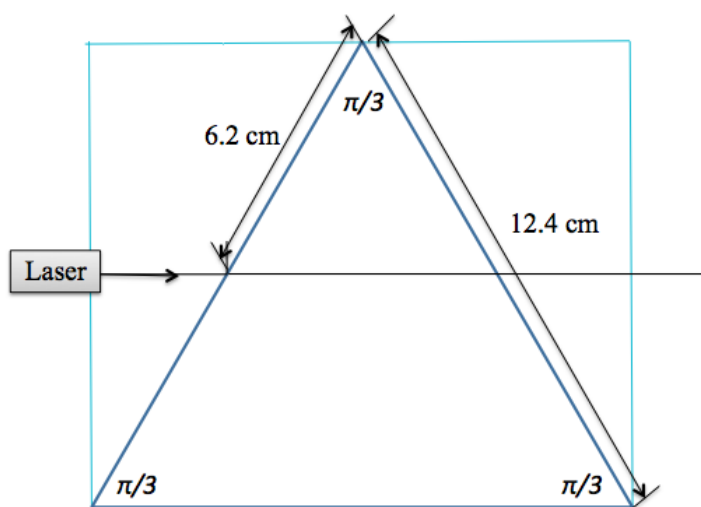
3 EKSPERIMENT

3.1 Opis pripomočkov

- **Optična prizma** – Glavni pripomoček pri eksperimentu je bila doma narejena enakokraka prizma z odprtino. Optična prizma je vsako brezbarvno telo, ki ga omejujeta dve nevzporedni stranici. Ti dve nevzporedni stranici tvorita kot, skozi katerega lomi žarek prehaja v razgradnji svetlobe. Površina, ki leži pravokotno glede na ta kot, je glavni prečni prerez prizme.



Slika 2: Doma narejena optična prizma

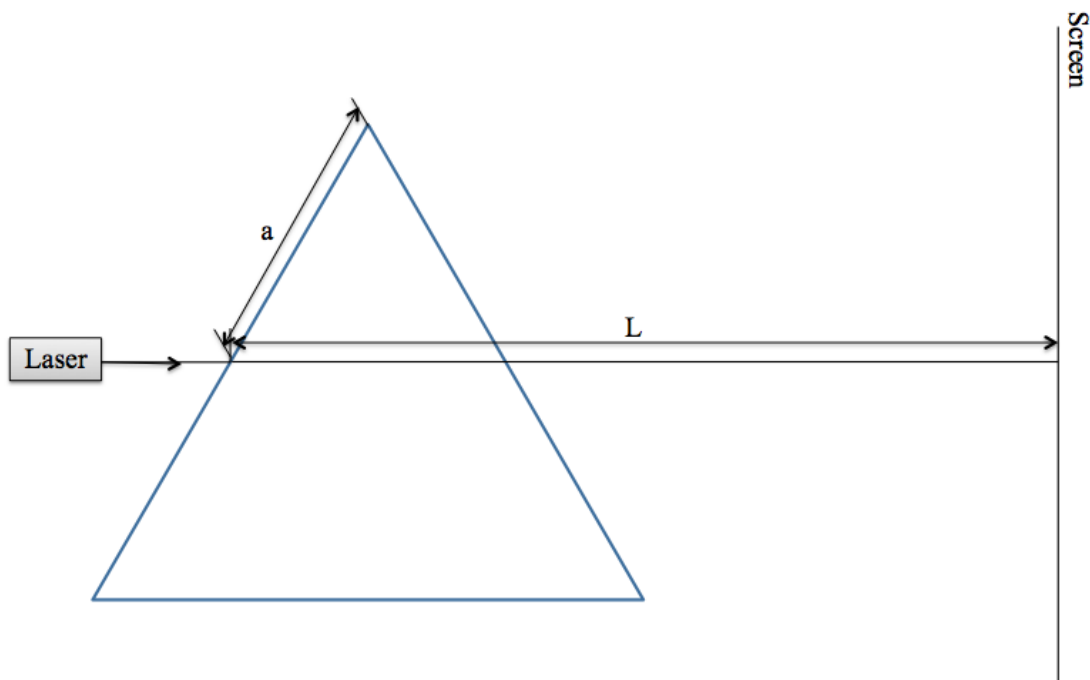


Slika 3: Geometrija doma narejene prizme

- **Laser** – Valovna dolžina laserja, ki je bil uporabljen pri eksperimentu, je od 620 nm do 690 nm kar predstavlja območje rdeče vidne svetlobe. Laserski žarek se ne razprši, temveč ostane enak.
- **Meter** – Preprosti meter za meritev razdalje laserskega žarka je uporabljen.
- **Koncentrirane raztopine vode** – Voda različnih koncentracij sladkorja (0 %, 5 %, 10 %, 15 %, 20 % in 25 %) je potrebna.
- **Etanol** – 96 % raztopina etanola je raztopljena v vodi, ker je za eksperiment potrebna 10 % raztopina etanola, saj izbrani vini vsebujeta podobno odstotno vrednostjo alkohola.
- **Dve različni vrsti vina** – Da bi ugotovili vpliv koncentracije sladkorja na lomni količnik vina, je potrebno analizirati različni vrsti vina z enakim odstotnim deležem alkohola.

3.2 Shematska ponazoritev

Na naslednji figuri je razvidna shematska ponazoritev postavitve pripomočkov. Slika je narisana v merilu (razmerje razdalj je enako kot v eksperimentu).



Slika 4: Shematska ponazoritev

4 POSTOPEK

4.1 Priprava koncentriranih vodnih raztopin

Da bi ugotovili, kako koncentracija sladkorja vpliva na lomni količnik, je potrebno testirati raztopine različnih koncentracij sladkorja. Ker je lomni količnik čiste vode znan – 1.333 (Vasan, 2004, str. 195), je s tem medijem opravljena primarna meritev. Gostota saharoze² je 1.587 g/cm^3 (Wikipedia Contributors, 2013), kar pomeni, da nasičena raztopina saharoze (100 %) vsebuje 1.54 g saharoze, če je volumen raztopine 1 mL. Ker pa je volumen merilne bučke 100 mL, so potrebne naslednje kalkulacije, da dobimo ustrezne mase saharoze za različne koncentracije vodnih raztopin.

$$V (\text{nasičena raztopina}) = (100 \pm 0.100) \text{ mL}$$

$$\rho (\text{saharza}) = 1.587 \text{ g cm}^{-3}$$

$$m (\text{saharoz}) = V (\text{saturated solution}) \cdot \rho (\text{sugar})$$

$$m (\text{saharoz}) = (158.7 \pm 0.2) \text{ g}$$

Različne mase saharoze za vsako koncentracijo dobimo, če izračunamo 5 %, 10 %, 15 %, 20 % in 25 % od $(158.7 \pm 0.2) \text{ g}$.

Tabela 1: Različno koncentrirane vodne raztopine

Koncentracija raztopine (%)	Masa sladkorja (g) ³
0	0.00
5	7.94 ± 0.11
10	15.87 ± 0.12
15	23.81 ± 0.13
20	31.74 ± 0.14
25	39.68 ± 0.15

² Eksperiment je bil narejen s saharozo ali kuhinjskim sladkorjem, da bi ugotovili kako različne koncentracije le-tega vplivajo na lomni količnik.

³ Zaradi sistematične napake tehtnice je k vsaki vrednosti prišteta napaka 0.1 g.

4.2 Priprava 10 % raztopine etanola

Da bi testirali vpiv alkohola na lomni količnik, je pripravljena 10 % raztopina etanola z mešanjem 10 mL 96 % etanola z vodo.

$$V(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) = (10 \pm 0.2) \text{ mL}$$

$$V(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) = \frac{m(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O})}{\rho(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O})}$$

$$m(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) = \rho(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) \cdot V(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O})$$

$$m(\text{C}_2\text{H}_6\text{O}) = m(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) \cdot 96\% = \frac{\rho(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) \cdot V(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) \cdot 96\%}{100\%}$$

$$10\% = \frac{m(\text{C}_2\text{H}_6\text{O})}{m(\text{solution})} \rightarrow m(\text{solution}) = \frac{m(\text{C}_2\text{H}_6\text{O})}{10\%}$$

$$m(\text{solution}) = m(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) + m(\text{H}_2\text{O})$$

$$\begin{aligned} m(\text{H}_2\text{O}) &= \frac{m(\text{C}_2\text{H}_6\text{O})}{10\%} - m(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) \\ &= \frac{\rho(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) \cdot V(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) \cdot 96\%}{100\% \cdot 10\%} - \rho(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) \cdot V(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) \end{aligned}$$

$$m(\text{H}_2\text{O}) = \rho(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) \cdot V(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) \cdot \left(\frac{96 \cdot 100}{100 \cdot 10} - 1 \right)$$

$$\rho(\text{H}_2\text{O}) = 1 \frac{\text{g}}{\text{mL}}$$

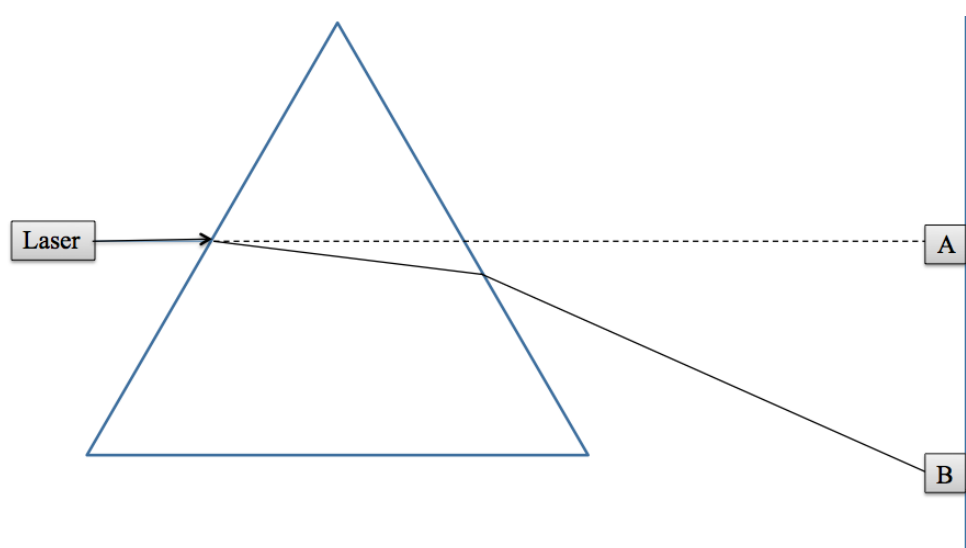
$$\rho(\text{H}_2\text{O}) \cdot V(\text{H}_2\text{O}) = \rho(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) \cdot V(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) \cdot \left(\frac{96}{10} - 1 \right)$$

$$V(\text{H}_2\text{O}) = \frac{\rho(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O}) \cdot V(96\% \text{ C}_2\text{H}_6\text{O})}{\rho(\text{H}_2\text{O})} \cdot (9.6 - 1) = (69.23 \pm 1.38) \text{ mL}$$

$$\approx \mathbf{70 \text{ mL}}$$

4.3 Metoda merjenja

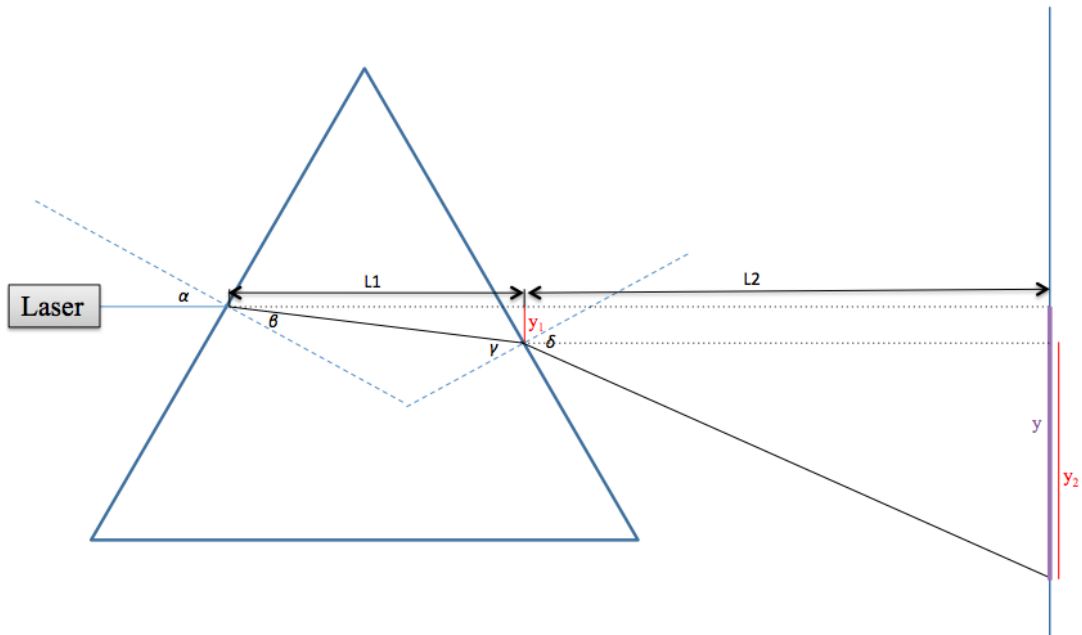
Vsak vzorec vodne raztopine, 10 % etanola in nazadnje obeh vin so naliti v optično prizmo. Tako prizma kakor tudi laser sta ves čas eksperimenta na istem mestu – v ta namen je v pomoč bel list papirja z obrisom materialov. Ko laserski žarek prečka optično prizmo z določenim medijem, se izmeri razdalja od centralne pozicije, ki je na sliki 4 označena z črko A in novo pozicijo označeno s črko B. Če je prizma prazna (predpostavimo, da vsebuje vakuum), sta vpadni in lomni kot enaka zaradi česar je pozicija B enaka centralni poziciji A in izmerjena razdalja je 0.



Slika 5: Metoda

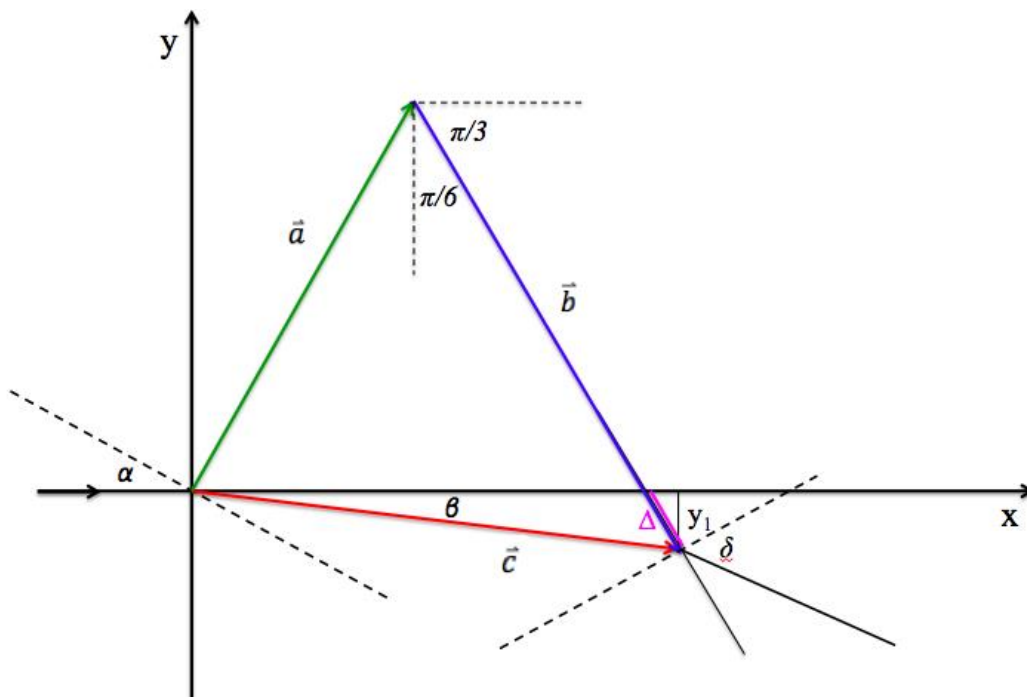
4.4 Princip merjenja

S slike 5 je razvidno, da je vpadni kot (α) laserskega žarka enak $\frac{\pi}{6}$. Če bi bila prizma prazna, bi bil lomni kot (β) enak 0 in žarek ne bi spremenil svoje prvotne pozicije po prehodu skozi prizmo zaradi česar bi bila razdalja y 0, lomni količnik pa enak lomnemu količniku vakuumu – 1. A prizma vsebuje različno koncentrirane vodne raztopine, 10 % raztopino etanola in vina zaradi česar se pojavita dva loma svetlobe; ko žarek preide iz vakuumu v medij prizme in iz medija nazaj v vakuum. Za različne snovi v prizmi je lomni količnik različen, saj je le-ta odvisen od njihove gostote.



Slika 6: Merjenje razdalje od centralne pozicije⁴

Razdalja y je izračunana s pomočjo vektorjev, ki so ponazorjeni na spodnji sliki.



Slika 7: Uporaba vektorjev⁵

⁴ Slika ni narisana v merilu, a razmerje razdalj je enako kot v eksperimentu.

⁵ Ni narisano v merilu.

Z upoštevanjem slike 7 so osnovni vektorji definirani kot:

$$\vec{a} = a \cdot \left\{ \cos \frac{\pi}{3}, \sin \frac{\pi}{3} \right\} \quad [4.1-a]$$

$$\vec{b} = (a + \Delta) \cdot \left\{ \cos \frac{\pi}{3}, -\sin \frac{\pi}{3} \right\} \quad [4.2-a]$$

$$\vec{c} = c \cdot \{ \cos \beta, -\sin \beta \} \quad [4.3-a]$$

Naslednje kalkulacije so narejene s pomočjo računalniške programske opreme Mathematica 7⁶.

$$\vec{a} = \left\{ \frac{a}{2}, \frac{\sqrt{3}a}{2} \right\} \quad [4.1-b]$$

$$\vec{b} = \left\{ \frac{a+\Delta}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}(a + \Delta) \right\} \quad [4.2-b]$$

$$\vec{c} = \{ c \cdot \cos \beta, c \cdot \sin \beta \} \quad [4.3-b]$$

S pomočjo naslednje enakosti, ki je razvidna iz slike 7, je moč najti enačbi za Δ in c .

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} \quad [4.4]$$

$$c = \frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{3} \cos \beta - \sin \beta} \quad [4.5]$$

$$\Delta = \frac{2a \sin \beta}{\sqrt{3} \cos \beta + \sin \beta} \quad [4.6-a]$$

Pred izpeljavo enačbe za y razdaljo so potrebne dodatne enakosti, ki so razvidne iz slik 5 in 6.

Z uporabo trigonometrije lahko zapišemo enakost za y_1 .

$$y_1 = \Delta \cdot \sin \frac{\pi}{3} \quad [4.7-a]$$

Če je kot β enak 0, potem je razdalija L1 izražena kot $\frac{y_1}{\tan \beta} = \frac{\Delta \cdot \sin \frac{\pi}{3}}{\tan \beta}$, kar je lahko poenostavljeno, če namesto Δ zapišemo njeno enakost iz enačbe 3.6-a in zapišemo kot β vz limito, saj le-ta variira ob prisotnosti različnih medijev v optični prizmi.

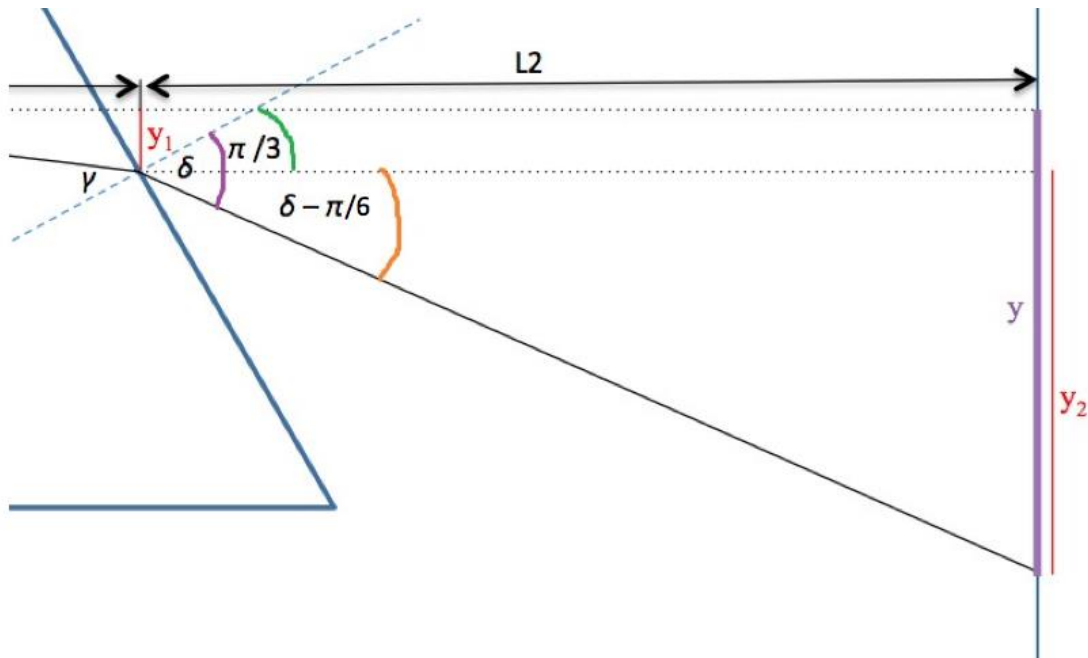
⁶ Vključeno v dodatku.

$$L1 = \lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{2 a \cos \beta \sin \frac{\pi}{3}}{\sqrt{3} \cos \beta - \sin \beta} \quad [4.8-a]$$

S pomočjo slike 6 lahko zapišemo naslednjo enakost, saj je skupna razdalja L enaka vsoti razdali L1 in L2.

$$L2 = L - L1 \quad [4.9-a]$$

Ustrezno enačbo za razdaljo y_2 lahko najdemo z uporabo trigonometrije. V pomoč je slika 8.



Slika 8: Kotna situacija

Iz tega sledi:

$$y_2 = L2 \cdot \tan\left(\delta - \frac{\pi}{6}\right) \quad [4.10-a]$$

$$y = y_1 + y_2 \quad [4.11-a]$$

Če združimo enačbe 4.6–4.11, dobimo nove enakosti, ki vsebujejo samo dve neznani spremenljivki – kota β in δ .

$$\Delta = \frac{2 a \sin \beta}{\sqrt{3} \cos \beta + \sin \beta} \quad [4.6-b]$$

$$y_1 = \frac{\sqrt{3} a \sin \beta}{\sqrt{3} \cos \beta + \sin \beta} \quad [4.7-b]$$

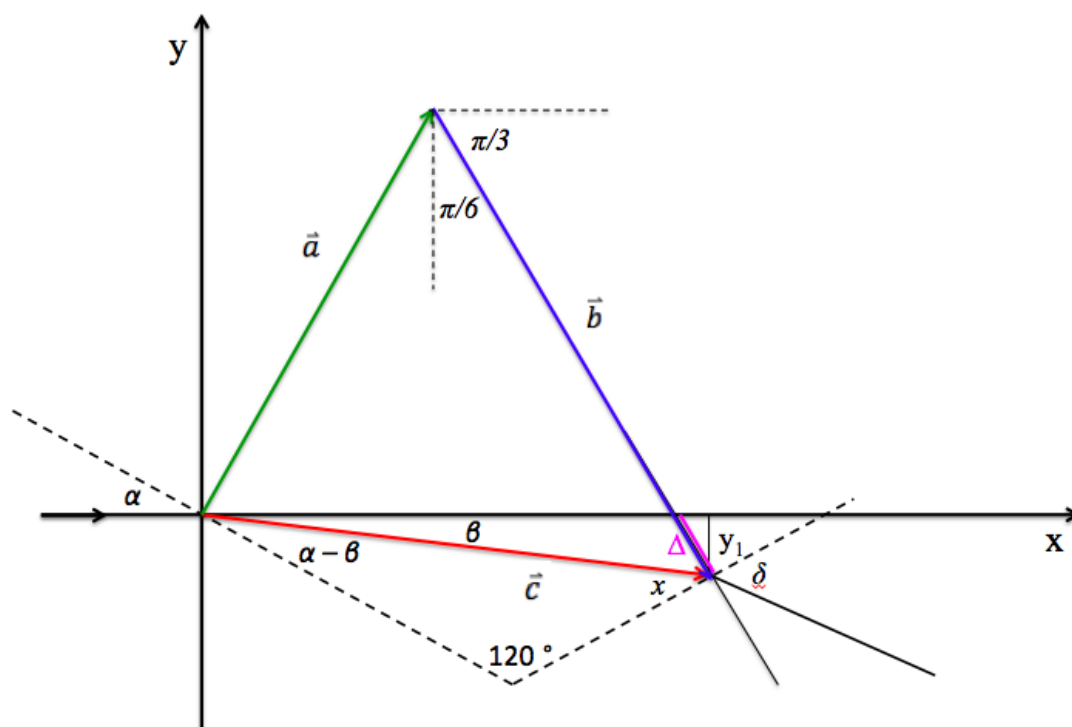
$$L1 = a \quad [4.8-b]$$

$$L2 = -a + L \quad [4.9-b]$$

$$y_2 = -(-a + L) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{6} - \delta\right) \quad [4.10-b]$$

$$y = \frac{\sqrt{3} a \sin \beta}{\sqrt{3} \cos \beta + \sin \beta} - (-a + L) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{6} - \delta\right) \quad [4.11-b]$$

S podrobnejšo ponazoritvijo slike 7 lahko najdemo enačbi za kota β in δ .



Slika 9: Podrobnejša ponazoritev slike 7

Z upoštevanjem Snellovega zakona sledi:

$$\alpha - \beta = \text{Arcsin}\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right) \rightarrow \beta = \alpha - \text{Arcsin}\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right) \quad [3.12]$$

$$x = \frac{\pi}{3} - \alpha + \beta \rightarrow n \sin x = n \sin \delta \quad [3.13]$$

$$\delta = \text{Arcsin}\left[n \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha + \alpha - \text{Arcsin}\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right)\right)\right] \quad [3.14-a]$$

Posledično:

$$\beta = \alpha - \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right) \quad [3.15]$$

$$\delta = \arcsin\left[n \sin\left[\frac{\pi}{3} - \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right)\right]\right] \quad [3.16-b]$$

$$\delta = \arcsin\left[n \cos\left[\frac{\pi}{6} + \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right)\right]\right] \quad [3.16-c]$$

Edina neznana spremenljivka, ki je ostala, je lomni količnik, saj je vrednost vpadnega kota α izmerjena $\frac{\pi}{6}$, prav tako sta izmerjeni razdalji L in a in znašata 18.6 cm in 6.2 cm . Končna enačba za y razdaljo je zapisana kot:

$$y = \frac{\sqrt{3} a \sin\left[\frac{\pi}{6} - \arcsin\left(\frac{1}{2n}\right)\right]}{\sqrt{3} \cos\left[\frac{\pi}{6} - \arcsin\left(\frac{1}{2n}\right)\right] + \sin\left[\frac{\pi}{6} - \arcsin\left(\frac{1}{2n}\right)\right]} - (-a + L) \cdot \tan\left[\frac{\pi}{6} - \arcsin\left[n \cos\left[\frac{\pi}{6} + \arcsin\left(\frac{1}{2n}\right)\right]\right]\right] \quad [3.11-c]$$

Kalkulacije lahko preverimo tako, da vstavimo vrednost lomnega količnika za vodo (1.333). Če se izračunana vrednost y razdalje ujema z eksperimentalno, potem so kalkulacije pravilne in lahko narišemo graf $y(n)$, ki je izhodiščna točka analize podatkov. Ker se je ena izmed morebitnih napak pojavila pri merjenju razdalj L in a , je potrebno na graf dodati absolutno napako $\pm 0.1 \text{ cm}$ k prvotni krivulji. Tako dobimo tri grafe, ki jih je potrebno združiti in obdelati.



Slika 10: Eksperiment

5 ZBIRANJE PODATKOV

5.1 Neobdelani podatki

Tabela 2: Neobdelani podatki

	Podatek
Kot enakokrake prizme	$\frac{\pi}{3}$
Vpadni kot	$\frac{\pi}{6}$
Razdalja a^7	(6.2 ± 0.1) cm
Razdalja med točko vpadnega kota in zaslonom (L)	(18.6 ± 0.1) cm

5.2 Obdelani podatki

V tej sekciji so zbrane vse izmerjene vrednosti y in razdalj. Natančneje; izmerjene so razdalje med točko na zaslonu, če je $\theta_1 = \theta_2$, in točko kjer se pojavi laserski žarek ko prečka medi v optični prizmi. Ta razdalja bo v obdelavi podatkov in kasneje v grafih označena kot y razdalija. Za začetek so zbrane vse sistematične napake, ki so pomembne pri navajanju koncentracije raztopin.

5.2.1 Relativne napake

Med izvedbo eksperimenta so se pojavile naslednje sistematične napake:

- ± 0.10 g med merjenjem mase sladkorja zaradi tehnice,
- ± 0.100 mL med merjenjem volumna vode zaradi merilne bučke,
- ± 0.2 mL med merjenjem volumna 96 % etanola zaradi merilnega valja,
- ± 1.0 mL med merjenjem 70 mL vode zaradi merilnega valja.

⁷ Razdalja vektorja a – slika 4.

Relativne napake so prikazane v tabeli 3 in tabeli 4 kjer SRN predstavlja skupno relativno napako za vsako koncentracijo.

Tabela 3: Relativne napake vodnih raztopin

	5 % VR	10 % VR	15 % VR	20 % VR	25 % VR
Masa	$\pm 1.26 \%$	$\pm 0.63 \%$	$\pm 0.42 \%$	$\pm 0.32 \%$	$\pm 0.25 \%$
Volumen	$\pm 0.10 \%$	$\pm 0.10 \%$	$\pm 0.10 \%$	$\pm 0.10 \%$	$\pm 0.10 \%$
SRN	$\pm 1.36 \%$	$\pm 0.73 \%$	$\pm 0.52 \%$	$\pm 0.43 \%$	$\pm 0.35 \%$

Tabela 4: Relativne napake etanola

	96 % etanol	Voda	SRN
Volumen	$\pm 2.0 \%$	$\pm 1.43 \%$	$\pm 3.43 \%$

5.2.2 y razdalja vodnih raztopin

Tabela 5: Koncentracije vodnih raztopin

Koncentracija vodne raztopine (%)	y razdalja (cm) \pm 0.30 cm
0.00 \pm 0.00	6.70
5.00 \pm 0.07	6.90
10.00 \pm 0.07	7.30
15.00 \pm 0.08	7.70
20.00 \pm 0.09	8.00
25.00 \pm 0.09	8.40

5.2.3 y razdalja 10 % raztopine etanola

Tabela 6: 10 % raztopina etanola

	y razdalja (cm) \pm 0.30 cm
(10 \pm 3.43) % raztopina etanola	7.00

5.2.4 y razdalja vin

Tabela 7: Vzorca vina

Vzorec vina	y razdalja (cm) \pm 0.30 cm
1	7.10
2	7.40

6 PREDSTAVITEV IN OBDELAVA PODATKOV

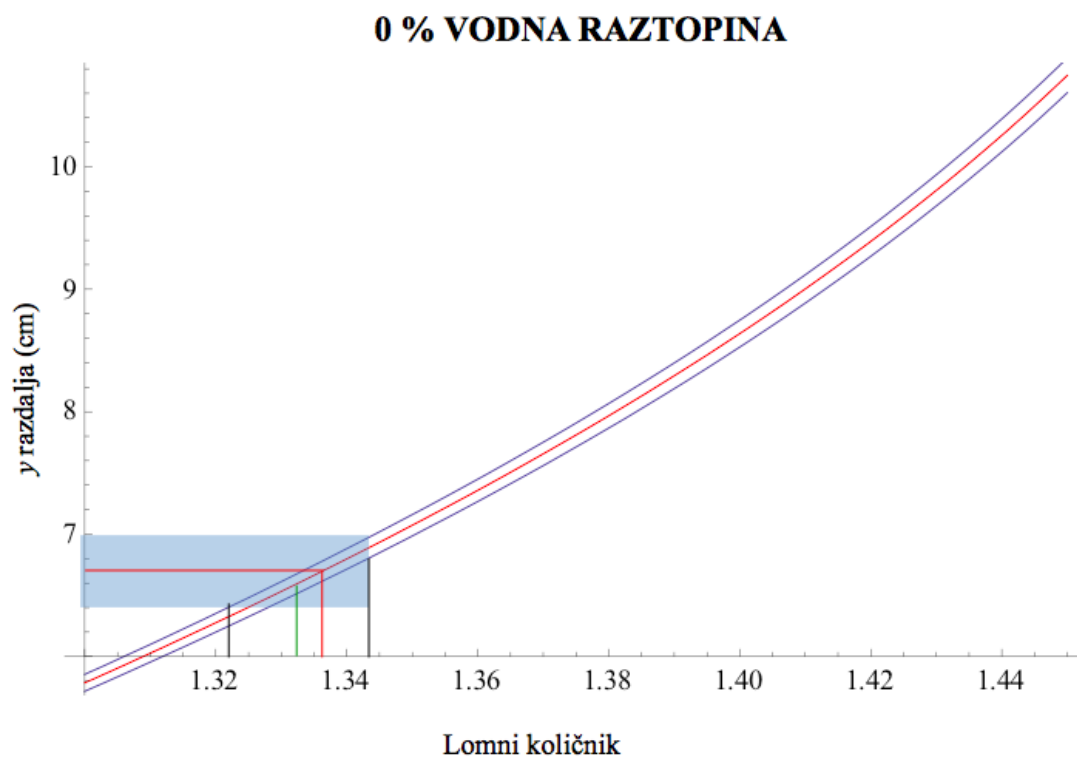
6.1 Predstavitev podatkov

Podatki so predstavljeni v obliki grafov $y(n)$, ki so bili narisani s pomočjo računalniške programske opreme Mathematica 7. Prvotna krivulja funkcije je v vsakem grafu obarvana rdeče. Dve dodatni krivulji modre barve (ena nad in druga pod prvotno rdečo krivuljo) so narisane zaradi upoštevanja absolutne napake 0.1 cm , ki se je pojavila pri merjenju razdalj L in a . Vsak graf vsebuje osenčen pravokotnik, ki ponazarja absolutno napako $\pm 0.30 \text{ cm}$, ki je posledica merjenja razdalje med točko na zaslonu, če je $\theta_1 = \theta_2$, in točko kjer se pojavi laserski žarek ko prečka medij v optični prizmi.

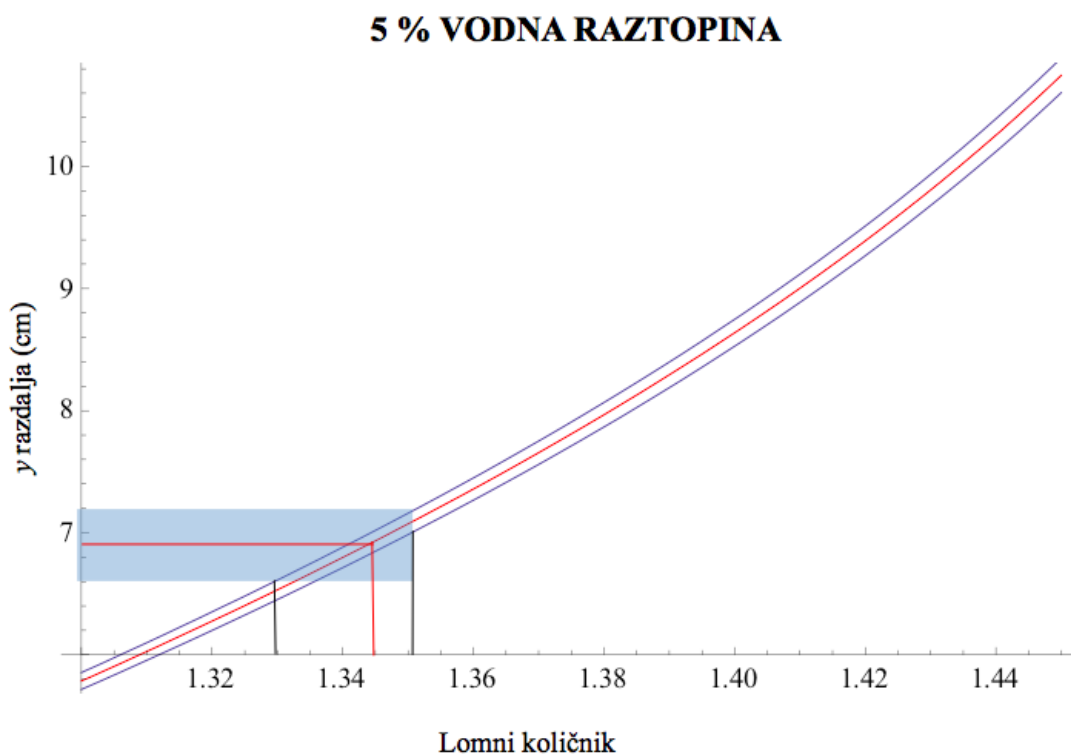
Horizontalne rdeče premice predstavljajo v naslednjih grafih izmerjene vrednosti y razdalji, ki so zabeležene v tabelah 3, 4 in 5 medtem ko vertikalne reče premice predstavljajo lomne količnike, ki ustrezajo posamezni vrednosti y razdalje. Dve črni vertikalni premici v vsakem grafu ponazarjata celoten razpon vrednosti lomnega količnika, saj so upoštevani obe absolutni napaki meritev. Dodatna vertikalna premica zelene barve, ki je narisana v grafu 1, predstavlja znano vrednost lomnega količnika vode.

6.1.1 Predstavitev podatkov vodnih raztopin

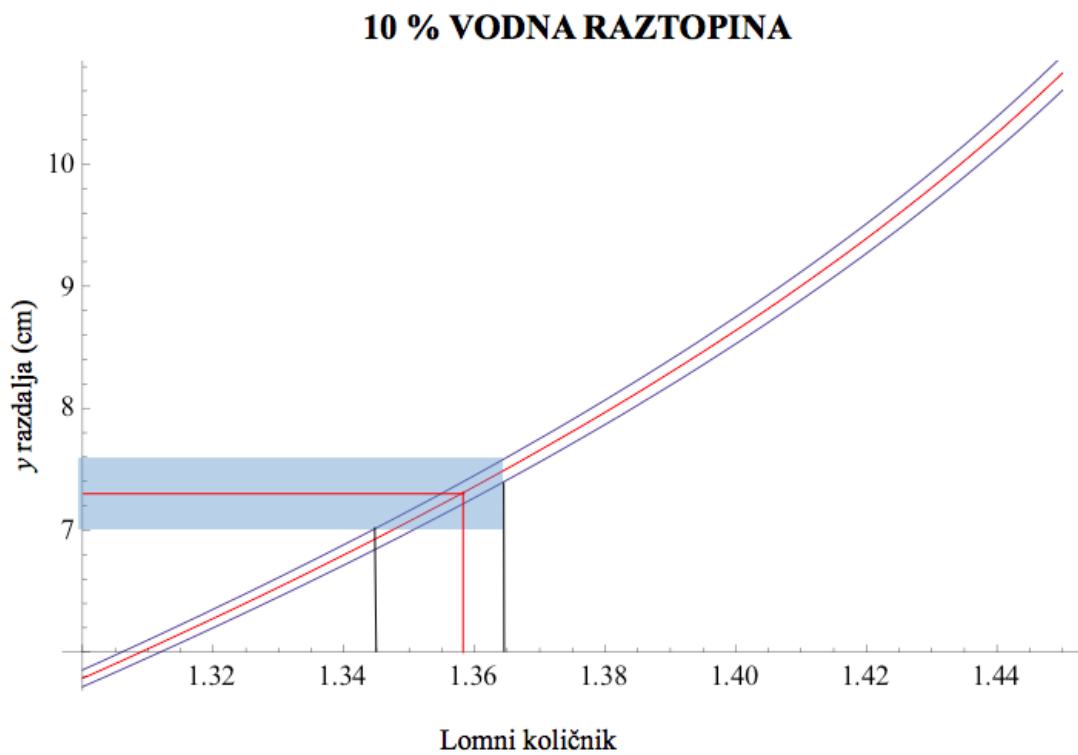
Graf 1: 0 % koncentrirana vodna raztopina



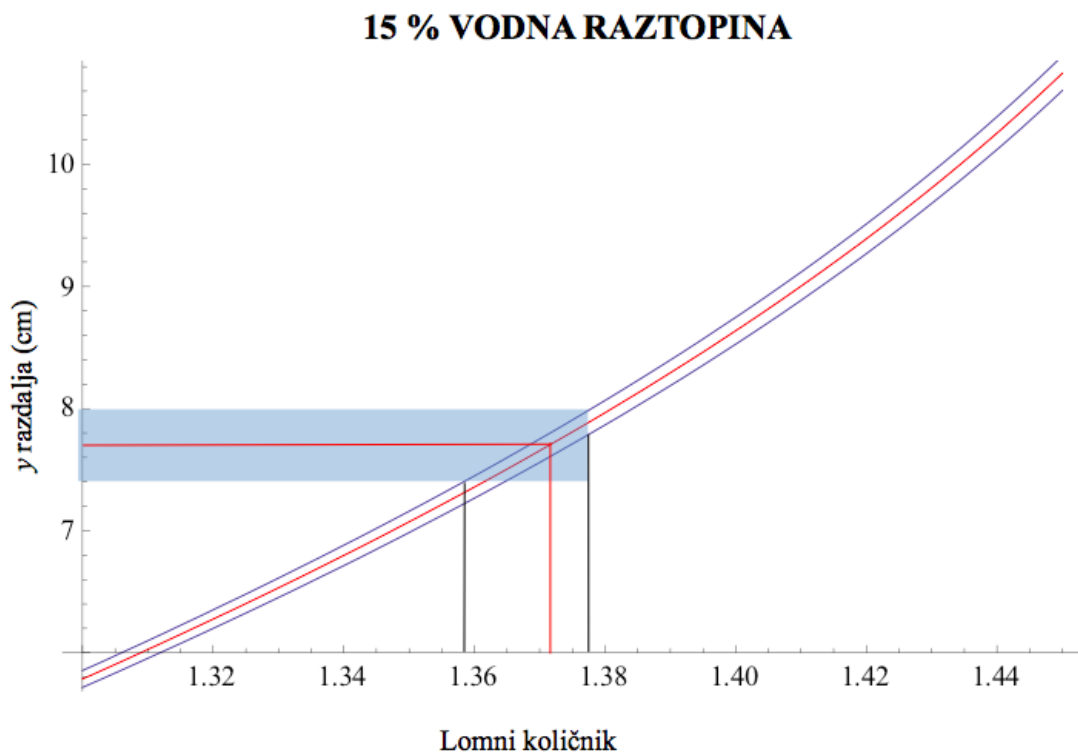
Graf 2: 5 % koncentrirana vodna raztopina



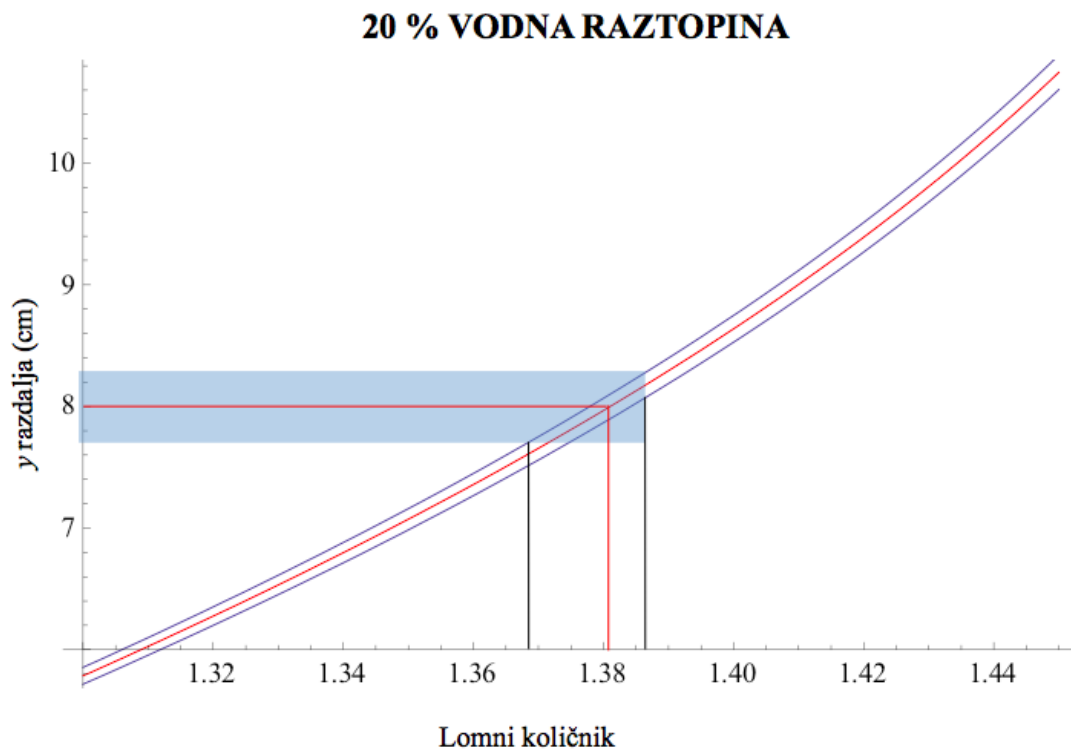
Graf 3: 10 % koncentrirana vodna raztopina



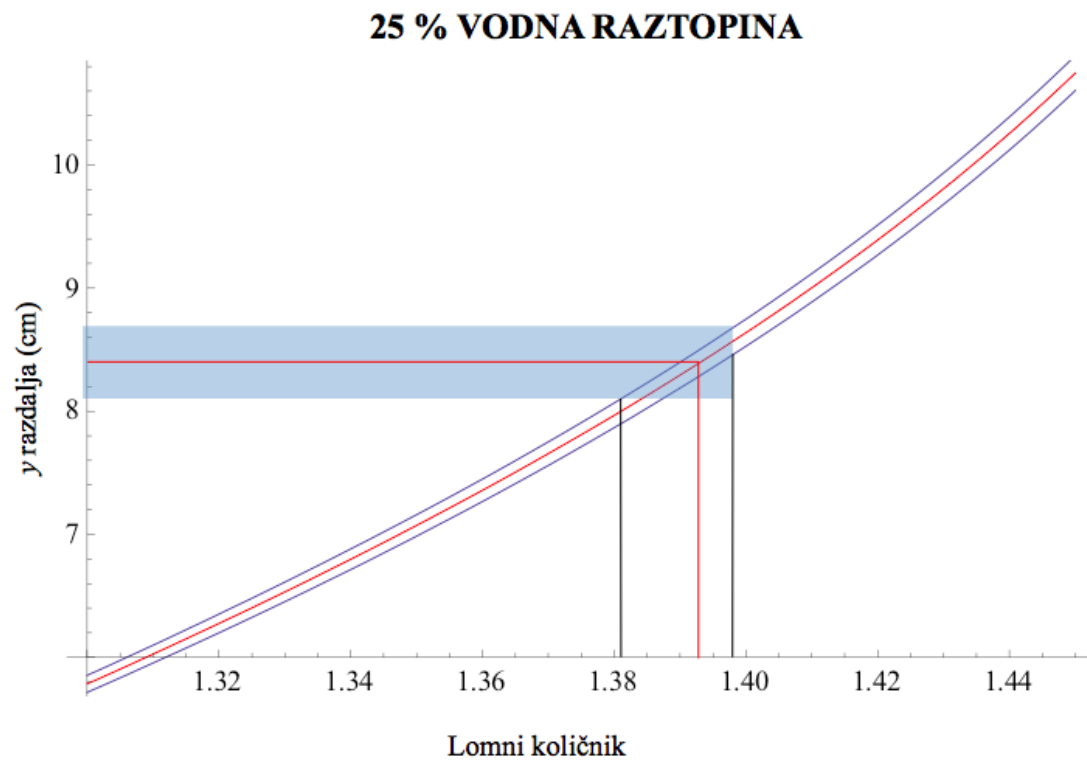
Graf 4: 15 % koncentrirana vodna raztopina



Graf 5: 20 % koncentrirana vodna raztopina

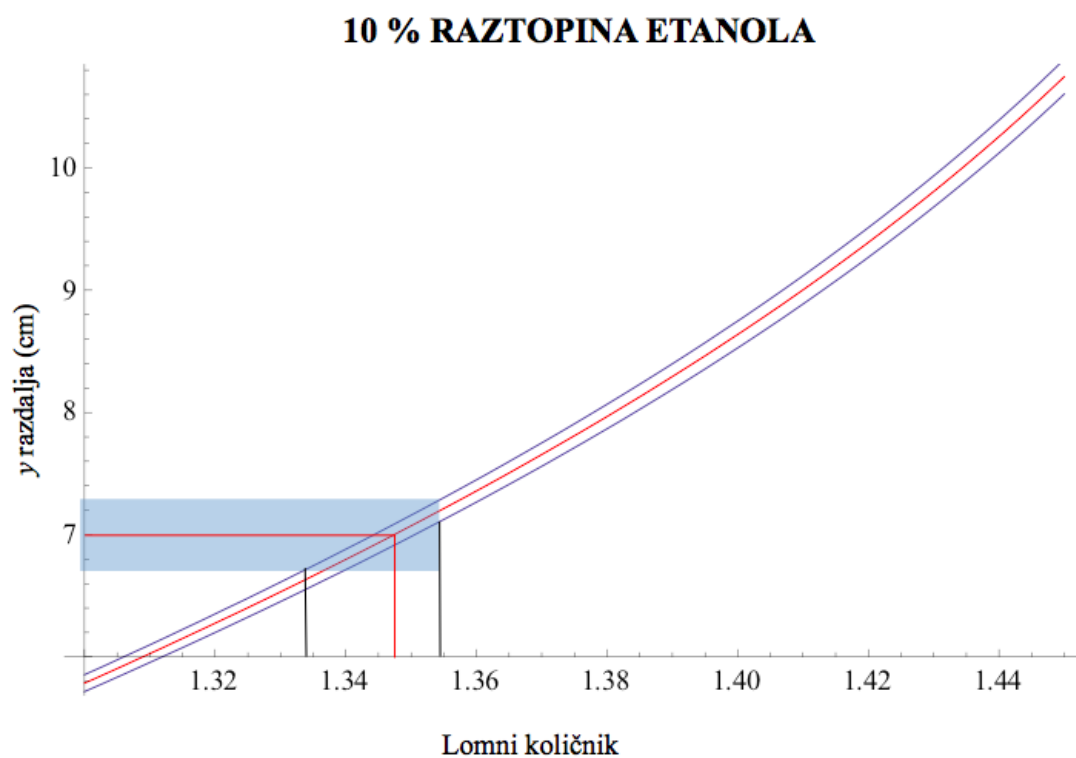


Graf 6: 25 % koncentrirana vodna raztopina



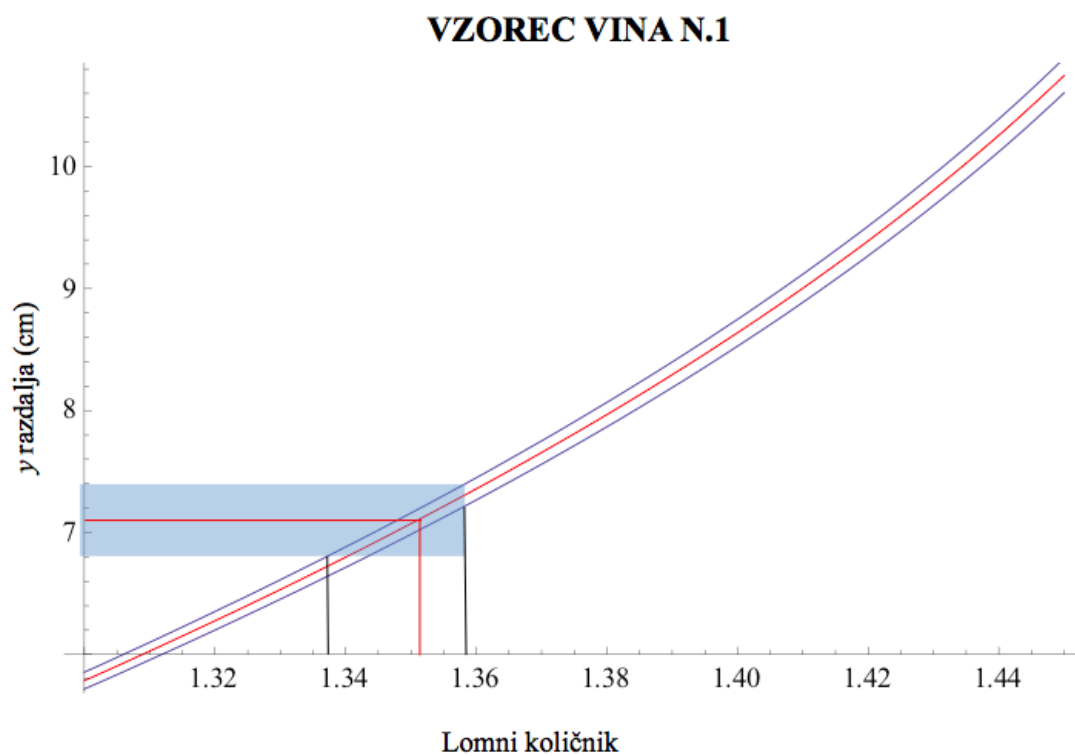
6.1.2 Predstavitev podatkov 10 % raztopine etanola

Graf 7: 10 % raztopina etanola

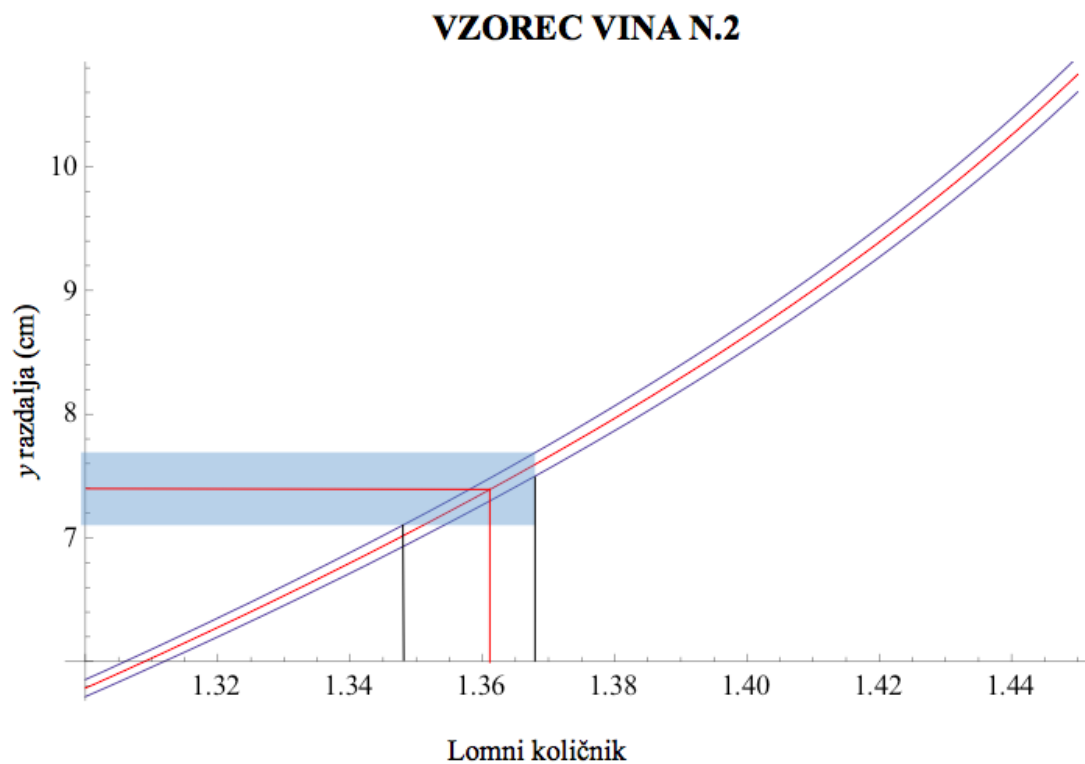


6.1.3 Predstavitev podatkov vzorcev vina

Graf 8: Prvi vzorec vina



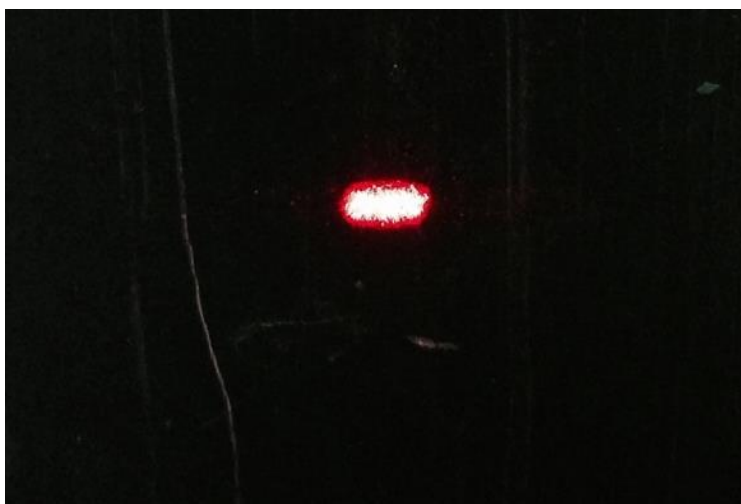
Graf 9: Drugi vzorec vina



6.2 Analiza podatkov

Dve glavni napaki sta ponazorjeni v vseh devetih grafih predstavitve podatkov. Prva je absolutna napaka, ki se pojavi pri meritvi razdalj L (18.6 cm) in a (6.2 cm), in je podana v tabeli 2. Ker sta obe meritvi bili odčitani s prostim očesom, je bila k vrednostim dodana absolutna napaka ± 0.1 cm, zaradi česar vsi gravi vsebujejo tri krivulje – glavno, ki ustreza izmerjenima vrednostma iz tabele 2, in je obarvana rdeče, ter dodatni dve modre barve, ki predstavljata zgornjo in spodnjo mejo absolutne napake (zgornja meja ima vrednosti $L = 18.7$ cm, $a = 6.1$, spodnja pa $L = 18.5$ cm, $a = 6.3$).

Druga pomembna absolutna napaka je enaka za vse vrednosti y razdalij in znaša ± 0.30 cm. Ta sistematična napaka je posledica laserskega žarka, ki ni majhna točka, temveč pravokotnik⁸ dimenzij (0.2 · 0.5) cm. Stranica pravokotnika, ki je bila uporabljena za meritev y razdalje, je dolga 0.5 cm. Razdalja je bila odčitana na sredini laserskega žarka, zato bi morale biti vse vrednosti y razdalj podane z absolutno napako ± 0.25 cm, a ker so bile meritve opravljene z golim očesom, ta napaka znaša ± 0.30 cm.



Slika 11: Laserski žarek

⁸ Ponazorjeno na sliki 11.

6.2.1 Analiza vodnih raztopin

Najprej bo analizirana čista voda, torej 0 % vodna raztopina. Lomni količnik te snovi je 1.333. Razpon eksperimentalnih vrednosti lomnega količnika v grafu 1 je v območju znane vrednosti 1.333. Eksperimentalna vrednost, ki ustreza izmerjeni y razdalji, znaša 1.336.

Lomni količniki vseh koncentriranih vodnih raztopin so najprej prikazani v spodnjem grafu, kjer rdeča vertikalna premica ponazarja znano vrednost lomnega količnika vode (1.333), nato pa so še zbrani v tabeli 8. Da bi lahko določili kako je lomni količnik odvisen od koncentracije sladkorja, je v grafu 11 narisana funkcija lomnega količnika v odvisnosti s koncentracijo sladkorja.

Graf 10: Primerjava vodnih raztopin

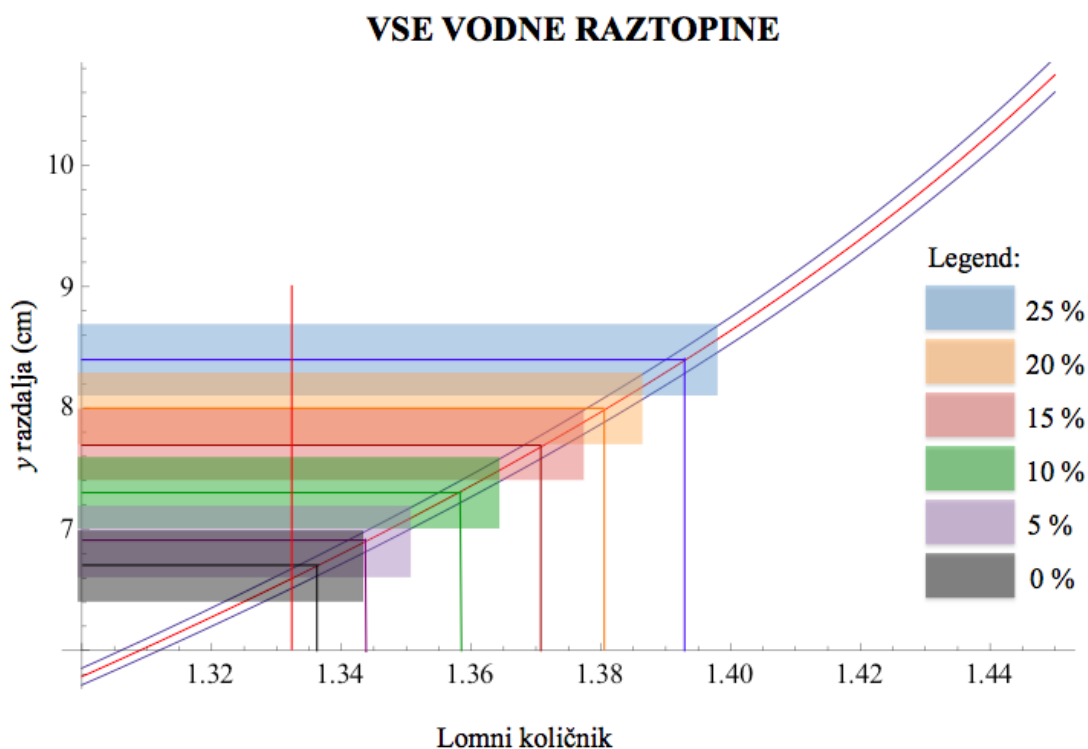
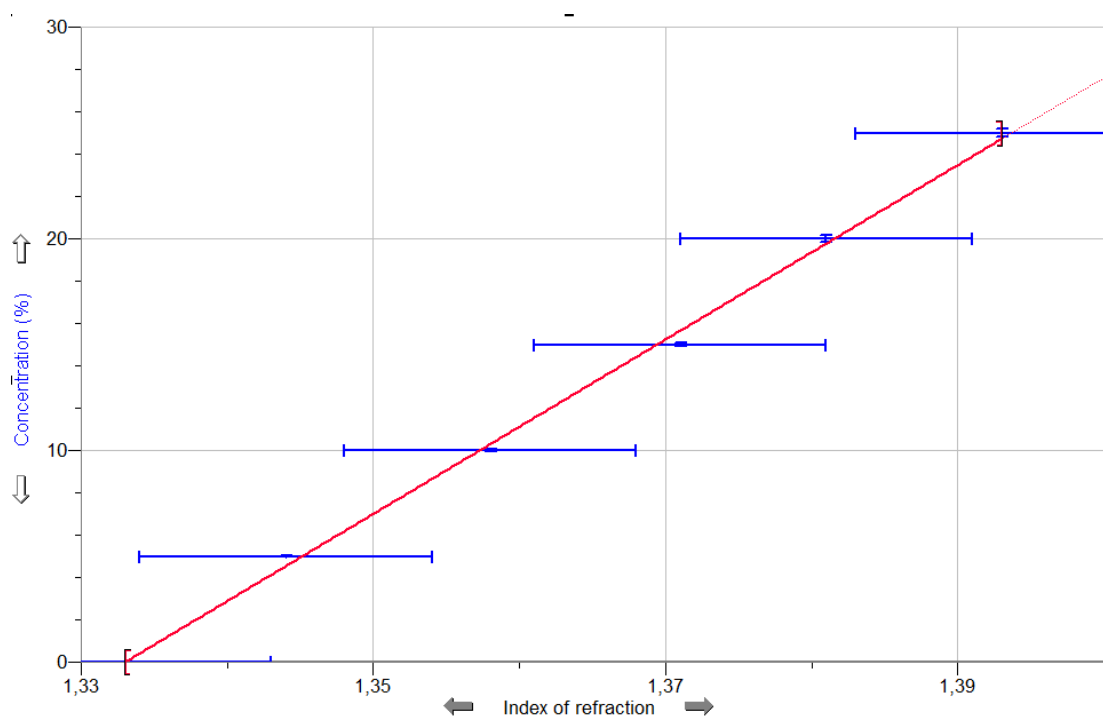


Tabela 8: Lomni količniki vodnih raztopin

Koncentracija vodnih raztopin (%)	Lomni količnik (± 0.010)
0.00 \pm 0.00	1.336
5.00 \pm 0.07	1.344
10.00 \pm 0.07	1.358
15.00 \pm 0.08	1.371
20.00 \pm 0.09	1.381
25.00 \pm 0.09	1.393

Podatki iz tabele 8 so predstavljeni v spodnjem grafu odvisnosti lomnega količnika s koncentracijo. Povprečna absolutna napaka koncentracij je ± 0.70 %.

Graf 11: Lomni količnik v odvisnosti s koncentracijo, trendna črta



Z eksperimentom je bilo dokazano, da se s povečanjem koncentracije sladkorja, hkrati povečuje vrednost lomnega količnika. Prva hipoteza pravi, da je lomni količnik premo sorazmeren s koncentracijo sladkorja kar pomeni, da se z višanjem koncentracije, lomni količnik povečuje z enako stopnjo kar lahko zapišemo z enačbo linearne odvisnosti: $y = kx$, kjer k predstavlja ne ničelno konstanto. Graf takšne odvisnosti je premica.

Premo sorazmerna odvisnost je vidna iz grafa 11 kjer rdeča črta ponazarja trendno črto, ki je narisana na podlagi podatkov iz tabele 8. Trendna črta je premica kar potrjuje prvo hipotezo. Po besedah Walstra in Jennessa (1984) je “povečanje lomnega količnika raztopine preko čistega topila premo sorazmerno z volumensko koncentracijo topljenca” (McSweeney, P. L. H., Fox, P. F., Ed., 2009, str. 702).

Lomni količnik se spreminja s temperaturo in valovno dolžino svetlobe. Pri konstantni temperaturi in valovni dolžini je lomni količnik znana konstanta za določeni čisti medij in se lahko uporablja za določanje čistosti snovi ter prisotnosti in sestave zmesi znanih sestavin. / ... / Ker je volumna koncentracija topljenca produkt gostote raztopine (ρ) in koncentracije topljenca (c_w)(w/w), je lahko specifični refrakcijski prirastek (r) definiran kot

$$r = \frac{n-n_0}{\rho c_w} = \frac{\Delta n}{\rho c_w} \quad [6.1]$$

kjer sta n in n_0 lomna količnika raztopine in topila, merjena pri enakih pogojih. / ... / Na splošno velja linearno razmerje med vsebnostjo trdne snovi (ki temelji na masi na enoto volumna) in lomnemu količniku / ... /. (McSweeney, P. L. H., Fox, P. F., ed., 2009, str. 703)

6.2.2 Analiza 10 % raztopine etanola

Druga hipoteza pravi, da je lomni količnik vode višji, če le-ta vsebuje alkohol. Alkohol je pomembni faktor, ki vpliva na lomni količnik, zato ga moramo analizirati pri eksperimentu, saj je ena izmed poglavitnih sestavin vina alkohol. Eksperiment je bil opravljen za 10 % raztopino etanola, saj to predstavlja podoben odstotni delež alkohola kot ga vsebujeta izbrana vzorca vina. Na naslednjem grafu je predstavljena primerjava lomnega količnika čiste vode in 10 % raztopine etanola.

Graf 12: Primerjava 10 % raztopine etanola in 0 % vodne raztopine

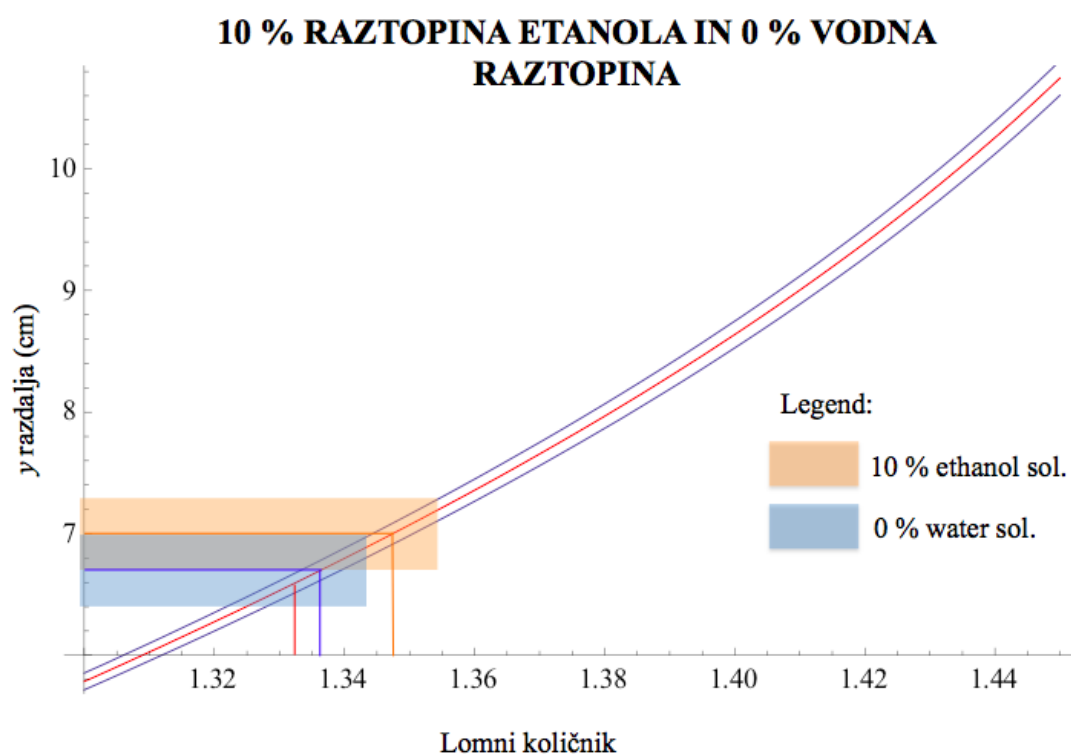


Tabela 9: Primerjava lomnega količnika 0 % vodne raztopine in 10 % raztopine etanola

	Lomni količnik (± 0.010)
0 % vodna raztopina	1.336
10 % raztopina etanola	1.347

10 % raztopina etanola ima večji lomni količnik kakor čista voda, saj je optično gostejša sestavina: “Snov, ki ima večji lomni količnik, je optično gostejša snov kakor snov z manjšim lomnim količnikom.” (Sardar, 2008, str. 34) Ko smo vodi dodali 96 % raztopino etanola, se je gostota snovi povišala in posledično je lomno količnik večji. Po besedah Maynarda Alexandera Joslyna (1950), “/.../ povečanje lomnega količnika na enoto v alkoholu (ali ekstraktu) je neodvisno od prisotnosti ekstrakta (ali alkohola) in je zatorej premo sorazmerno z alkoholom (ali ekstraktom)” (str. 390).

6.2.3 Analiza vzorcev vin

Glavna sladkorja v vinu sta glukoza in fruktoza. A vendar po besedah Jokieja Bakkerja in RONALDA J. CLARKA (2011), "Saharoza je disaharid (vezana molekula glukoze in fruktoze), ki je ni moč najti neposredno v grozdju, ampak jo je včasih potrebno dodati v suhi obliki pred samo fermentacijo ali pa celo po njej in zato lahko prispeva k sladkosti končnega vina."

Oba vzorca vina vsebujeta enak odstotni delež alkohola, zato lahko predpostavimo, da alkohol ne bo vplival na njuni različni vrednosti lomnih količnikov, temveč bo ta faktor različna koncentracija sladkorja vin. Primerjava lomnih količnikov obeh vzorcev vina je najprej ponazorjena grafično v grafu 13, nato pa so podatki zbrani še v tabeli 10.

Graf 13: Primerjava vzorcev vin

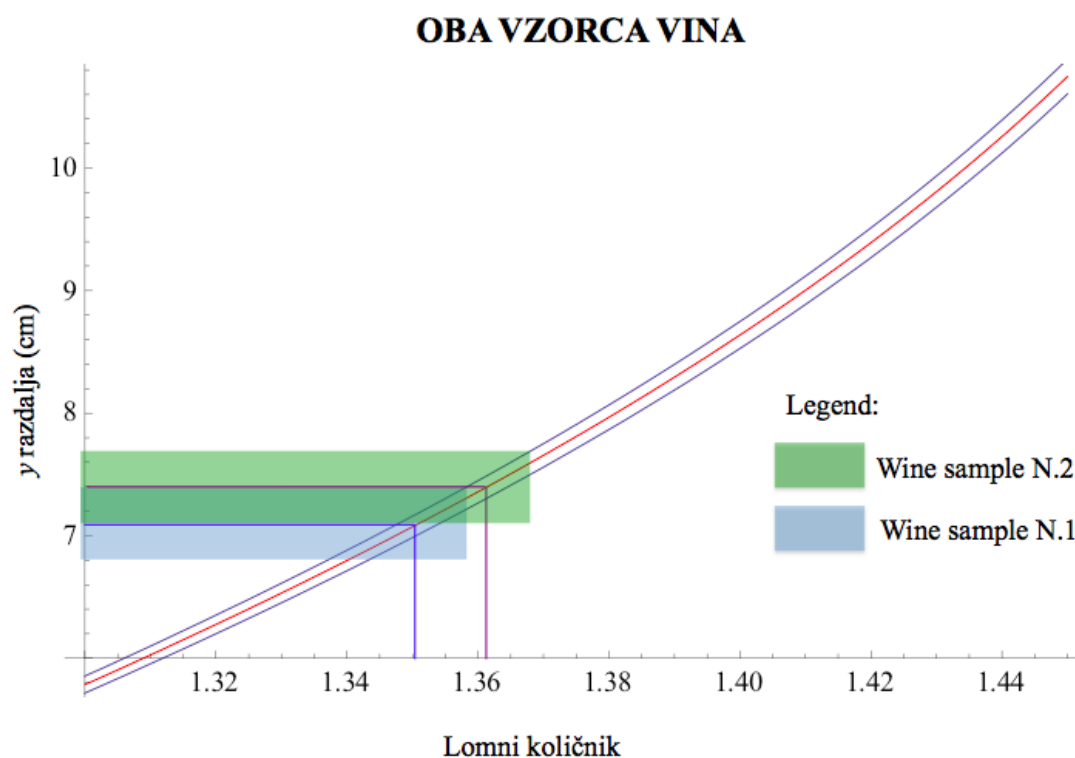


Tabela 10: Lomni količnik vin

	Lomni količnik (± 0.010)
Vzorec vina N.1	1.350
Vzorec vina N.2	1.361

Z grafa 13 lahko odčitamo, da ima vino drugega vzorca večji lomni količnik kakor vino prvega vzorca. Z upoštevanjem prejšnje analize vodnih raztopin, lahko zaključimo, da vino drugega vzorca vsebuje višjo koncentracijo sladkorja kakor vino prvega vzorca in je zato bolj sladek.

7 ZAKLJUČEK

Cilj raziskovalne naloge je bil poiskati korelacijo med koncentracijo in lomnim količnikom, s čimer bi lahko ob pomoči znanja o optiki dokazali vpliv koncentracije sladkorja v vinu na njegov lomni količnik in odgovorili na raziskovalno vprašanje *Kako je lomni količnik odvisen od koncentracije sladkorja v vinu?*

Lomni količnik je premo sorazmeren z volumensko koncentracijo sladkorja v vinu, zato se z večanjem lomnega količnika povečuje koncentracija sladkorja. Ta trditev je bila uspešno potrjena z lasersko metodo in optično prizmo.

Eksperiment je bil na začetku opravljen zgolj z različnimi vodnimi raztopinami, saj smo želeli za začetek ugotoviti morebitno povezavo med lomnim količnikom in gostoto medija, saj se z večanjem koncentracije sladkorja večja lomni količnik. S tem delom eksperimenta je bilo dokazano, da obstaja linearna povezava med volumensko koncentracijo in lomnim količnikom snovi, zaradi česar smo lahko potrdili prvo hipotezo, ki pravi, da je lomni količnik premo sorazmeren s koncentracijo sladkorja (to je razvidno iz grafa 11). Kljub temu ne moremo natančno potrditi, da enako velja za vino, saj smo na začetku predpostavili, da na lomni količnik vina vplivata zgolj koncentracija sladkorja in odstotni delež alkohola.

Alkohol je drugi testni faktor, ki vpliva na lomni količnik vina. Druga hipoteza pravi, da je lomni količnik vode večji, če le-ta vsebuje alkohol, saj je zaradi tega optično gostejša raztopina. Če upoštevamo razlago prve hipoteze, lahko posledično potrdimo tudi drugo, saj je 10 % raztopina etanola optično gostejša snov kakor čista voda. Iz tega sledi, da je lomni količnik 10 % raztopine etanola večji kakor lomni količnik čiste vode, kar je bilo uspešno potrjeno z eksperimentom. Sicer oba vzorca vina vsebujeta enak odstotni delež, a lahko ta predstavlja zgolj približek, zato je možno, da se odstotna deleža alkohola vin dejansko razlikujeta, kar pripelje do napačnih predpostavk, saj bi morali v tem primeru upoštevati vpliv obeh faktorjev in ne samo koncentracijo sladkorja.

Že omenjene naključne napake so bile narejene med merjenjem razdalj L in a ter med odčitavanjem laserskega žarka. Poleg naključnih so bile prisotne tudi sistematične napake. Le-te so se pojavile med merjenjem volumna in mase pri pripravi različnih vodnih raztopin in 10 % raztopine etanola. Sistematičnih napak ne moremo zmanjšati, saj so posledica laboratorijske opreme. A vendar bi lahko zmanjšali vrednosti naključnih napak in posledično dobili natančnejše rezultate. S ponovnimi meritvami razdalj L in a bi dobili natančnejši vrednosti, saj bi vzeli povprečno vrednost vseh meritev. Kljub temu da je laserska napaka sistematična, bi jo lahko zmanjšali z uporabo natančnejšega laserja, ki ima namesto pravokotnega žarka majhno piko. Kljub vsemu je eksperiment ne le zelo točen, saj eksperimentalna vrednost lomnega količnika vode odstopa od teoretične vrednosti za samo 0.003, ampak tudi natančen, saj je dobljena krivulja na grafu 11 skoraj enaka njeni najboljši linearni različici. Posledično lahko rečemo, da so navsezadnje bile tako naključne kakor tudi sistematične napake majhne.

Vrednosti lomnih količnikov so bile eksperimentalno pridobljene z metodo laserja in optične prizme. Z uporabo dejanskega refraktometra bi se lahko raziskovanje še dodatno razvilo, saj bi lahko tako primerjali pridobljene eksperimentalne vrednosti lomnih količnikov z vrednostmi, ki bi bile odčitane z refraktometrom. Prav tako bi lahko opravili eksperiment z večjimi vzorci vina in nato narisali graf odvisnosti koncentracije sladkorja v vinu od lomnega količnika vina. To so zgolj morebitne izboljšave, ki pa ne vplivajo na uspešno odgovorjeno raziskovalno vprašanje in še pomembnejše: urensičenje ponujene priložnosti za praktično uporabo znanja optike preko individualnega eksperimenta, kar je prispevalo še k dodatnim spretnostim programiranja in praktičnega laboratorijskega dela.

8 ZAHVALA

V tej priložnosti bi se rada najlepše zahvalila svojemu profesorju fizike in mentorju, profesorju, ki mi je ves čas raziskovalne naloge poamgal in svetoval. Hkrati gre moja globoka hvaležnost dekanici mariborske fakultete za matematiko in naravoslovje, ki mi je omogočila dostop do računalniškega programa Mathematica 7, me naučila programiranja in bila moj eksterni mentor. Zahvalila pa bi se tudi svojemu očetu, saj mi je pomagal izdelati optično prizmo in mi zagotovil ostale pomembne pripomočke za izvedbo esperimenta.

9 BIBLIOGRAFIJA

LITERATURA:

1. Bakker, J. C. (2011). *Wine Flavour Chemistry*. (2, Ured.) Oxford: John Wiley & Sons.
2. Fowles, G. R. (1975). *Introduction to modern optics* (2 izd.). New York: Dover Publications, Inc.
3. Giancoli, D. C. (2005). *Physics Giancoli* (6th izd.). New Jersey: Pearson Education, Inc.
4. Joslyn, M. A. (1950). *Methods in food analysis applied to plant products*. New York: Academic Press, Inc.
5. Kladnik, R. (1999). *ENERGIJA, toplota, zvok, svetloba*. Ljubljana: DZS.
6. McSweeney, P. F. (2009). *Advanced Dairy Chemistry* (3 izd., Zv. 3). New York: Springer Science+Business Media.
7. Sardar, S. (2008). *Longman Science Physics10*. New Delhi: Pearson Education India.
8. Smith, A. M. (1987). *Descartes's Theory of Light and Refraction: A Discourse on Method*. Philadelphia: The American Philosophical Society.
9. Vasan, S. V. (2004). *Basics of Photonics and Optics*. Victoria: Sрни Vasan and Trafford Publishing.
10. Young, T. (1807). *A course of lectures on natural philosophy and the mechanical arts* (Zv. 1). London: William Wavage Bedfordbury.

INTERNETNI VIRI:

11. Wendt, T. (21. August 2012). *Science in School*. Prevezeto 3. February 2014 iz Analysing wine at school: <http://www.scienceinschool.org/2012/issue24/wine>
12. Wikipedia Contributors. (31. December 2013). *Wikipedia*. Prevezeto 9. January 2014 iz Sucrose:
<http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Sucrose&oldid=588496734>

13. Wikipedia Contributors. (29. December 2013). *Wikipedia*. Prevezeto 9. January 2014 iz Speed of light:
http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Speed_of_light&oldid=588167956

VIRI SLIK:

14. Slika 1: Giancoli, D. C. (2005). *Physics Giancoli* (6th ed.). New Jersey: Pearson Education, Inc., p. 643.
15. Ostale slike so bile narisane z uporabo računalniških programov ali forografirane s strani avtorja te raziskovalne naloge.

DODATEK

In[1]:= **veca** = **a** {**Cos** [$\pi / 3$], **Sin** [$\pi / 3$]}
vecb = (**a** + Δ) {**Cos** [$\pi / 3$], **-Sin** [$\pi / 3$]}
vecc = **c** {**Cos** [β], **-Sin** [β]}

$$\text{Out[1]} = \left\{ \frac{a}{2}, \frac{\sqrt{3} a}{2} \right\}$$

$$\text{Out[2]} = \left\{ \frac{a + \Delta}{2}, -\frac{1}{2} \sqrt{3} (a + \Delta) \right\}$$

$$\text{Out[3]} = \{c \text{Cos} [\beta], -c \text{Sin} [\beta]\}$$

In[4]:= **Solve** [{**veca** + **vecb** == **vecc**}, { Δ , **c**}]

$$\text{Out[4]} = \left\{ \left\{ \Delta \rightarrow \frac{2 a \text{Sin} [\beta]}{\sqrt{3} \text{Cos} [\beta] - \text{Sin} [\beta]}, c \rightarrow \frac{\sqrt{3} a}{\sqrt{3} \text{Cos} [\beta] - \text{Sin} [\beta]} \right\} \right\}$$

$$\text{In[5]} := \Delta = \frac{2 a \text{Sin} [\beta]}{\sqrt{3} \text{Cos} [\beta] + \text{Sin} [\beta]}$$

$$y_1 = \Delta \text{Sin} [\pi / 3]$$

$$L_1 = \text{Limit} \left[\frac{2 a \text{Cos} [\beta] \text{Sin} [\pi / 3]}{\sqrt{3} \text{Cos} [\beta] - \text{Sin} [\beta]}, \beta \rightarrow 0 \right]$$

$$L_2 = L - L_1$$

$$y_2 = L_2 \text{Tan} [\delta - \pi / 6]$$

$$y = y_1 + y_2$$

$$\text{Out[5]} = \frac{2 a \text{Sin} [\beta]}{\sqrt{3} \text{Cos} [\beta] + \text{Sin} [\beta]}$$

$$\text{Out[6]} = \frac{\sqrt{3} a \text{Sin} [\beta]}{\sqrt{3} \text{Cos} [\beta] + \text{Sin} [\beta]}$$

$$\text{Out[7]} = a$$

$$\text{Out[8]} = -a + L$$

$$\text{Out[9]} = -(-a + L) \text{Tan} \left[\frac{\pi}{6} - \delta \right]$$

$$\text{Out[10]} = \frac{\sqrt{3} a \text{Sin} [\beta]}{\sqrt{3} \text{Cos} [\beta] + \text{Sin} [\beta]} - (-a + L) \text{Tan} \left[\frac{\pi}{6} - \delta \right]$$

$$\text{In[11]:= } \beta = \alpha - \text{ArcSin}\left[\frac{\text{Sin}[\alpha]}{n}\right]$$

$$\delta = \text{ArcSin}\left[n \text{Sin}\left[\frac{\pi}{3} - \text{ArcSin}\left[\frac{\text{Sin}[\alpha]}{n}\right]\right]\right]$$

$$\text{Out[11]= } \alpha - \text{ArcSin}\left[\frac{\text{Sin}[\alpha]}{n}\right]$$

$$\text{Out[12]= } \text{ArcSin}\left[n \text{Cos}\left[\frac{\pi}{6} + \text{ArcSin}\left[\frac{\text{Sin}[\alpha]}{n}\right]\right]\right]$$

$$\text{In[13]:= } \alpha = \pi / 6$$

y

$$\text{Out[13]= } \frac{\pi}{6}$$

$$\text{Out[14]= } \frac{\sqrt{3} a \text{Sin}\left[\frac{\pi}{6} - \text{ArcSin}\left[\frac{1}{2n}\right]\right]}{\sqrt{3} \text{Cos}\left[\frac{\pi}{6} - \text{ArcSin}\left[\frac{1}{2n}\right]\right] + \text{Sin}\left[\frac{\pi}{6} - \text{ArcSin}\left[\frac{1}{2n}\right]\right]} - (-a + L) \text{Tan}\left[\frac{\pi}{6} - \text{ArcSin}\left[n \text{Cos}\left[\frac{\pi}{6} + \text{ArcSin}\left[\frac{1}{2n}\right]\right]\right]\right]$$

$$\text{In[15]:= } L = 18.6$$

$$a = 6.2$$

$$\text{Out[15]= } 18.6$$

$$\text{Out[16]= } 6.2$$

$$\text{In[17]:= } n = 1.33$$

$$\text{Out[17]= } 1.33$$

$$\text{In[18]:= } y1$$

$$\text{Out[18]= } 0.798172$$

$$\text{In[19]:= } y2$$

$$\text{Out[19]= } 5.73421$$

$$\text{In[20]:= } Y$$

$$\text{Out[20]= } 6.53239$$

```
In[21]:= n = .;
```

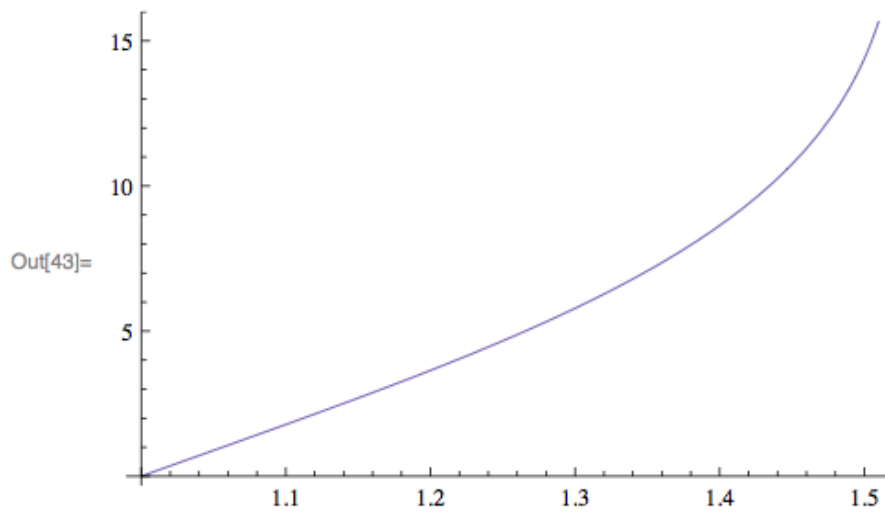
```
In[41]:= L = 18.6
```

```
      a = 6.2
```

```
      grbasic = Plot[y, {n, 1.0001, 1.51}]
```

```
Out[41]= 18.6
```

```
Out[42]= 6.2
```



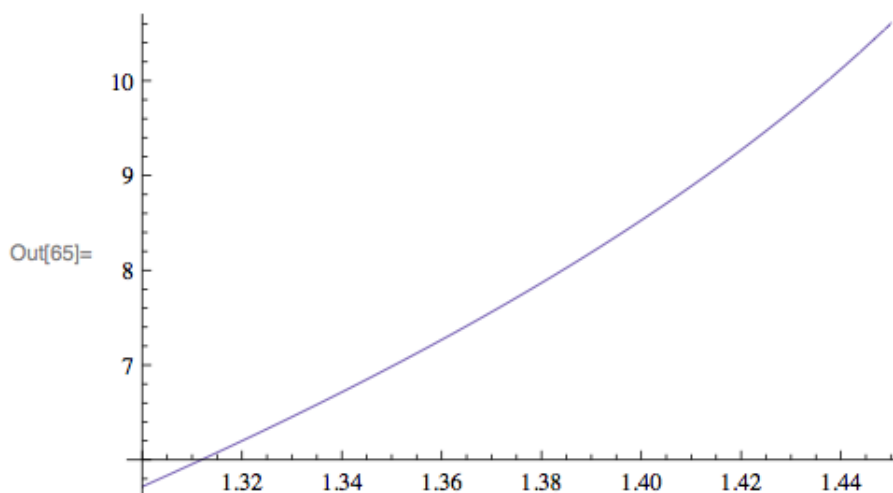
```
In[63]:= L = 18.5
```

```
      a = 6.3
```

```
      gr53 = Plot[y, {n, 1.3, 1.45}]
```

```
Out[63]= 18.5
```

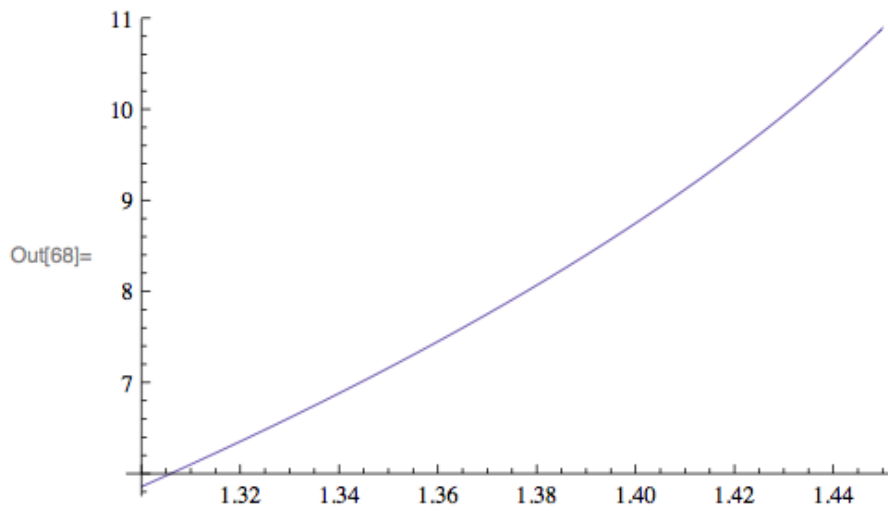
```
Out[64]= 6.3
```




```
In[66]:= L = 18.7  
         a = 6.1  
         gr71 = Plot[y, {n, 1.3, 1.45}]
```

Out[66]= 18.7

Out[67]= 6.1



```
In[72]:= Show[gr62, gr53, gr71]
```

